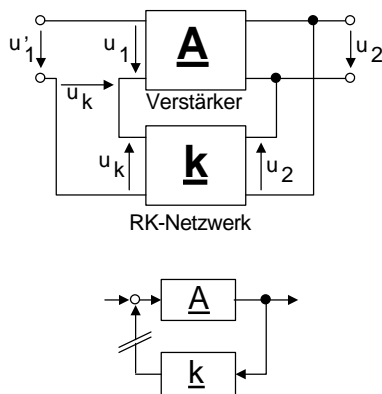


R. Rückkopplung

R.1 Das Rückkopplungsprinzip

Die Rückführung eines Teils des Ausgangssignals auf den Eingang eines Verstärkers beeinflusst die Verstärkung, Eingangs- und Ausgangsimpedanz, Bandbreite und nichtlineare Verzerrungen. Abb. R1 zeigt einen Verstärkervierpol, bei dem ein Teil der Ausgangsspannung über einen Rückkopplungsvierpol auf den Eingang zurückgekoppelt wird. Das Übertragungsverhalten \underline{A}' der Gesamtschaltung soll berechnet werden. Allgemein können \underline{A} , \underline{k} , und \underline{A}' komplex sein.



Übertragungsfunktionen:

$$\text{Verstärkervierpol: } \underline{A} = \frac{u_2}{u_1}$$

$$\text{Rückkopplungsvierpol: } \underline{k} = \frac{u_k}{u_2}$$

$$\text{Gesamtvierpol: } \underline{A}' = \frac{u_2}{u_1'}$$

$$\underline{u}_1' = \underline{u}_1 - \underline{u}_k = \frac{\underline{u}_2}{\underline{A}} - \underline{k} \underline{u}_2 = \underline{u}_2 \frac{1 - \underline{k} \underline{A}}{\underline{A}}$$

$$\underline{A}' = \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1'} = \frac{\underline{A}}{1 - \underline{k} \underline{A}} \quad (\text{R1})$$

Abb. R1: Prinzip der Rückkopplung

Der Nenner von Gl. (R1) wird als **Rückkopplungsgrad** \underline{p} bezeichnet: $\underline{p} = 1 - \underline{k} \underline{A}$ (R2)

Das Produkt $\underline{k} \underline{A}$ die sog. Schleifen- oder Ringverstärkung ist eine maßgebliche Größe in einem rückgekoppelten System. Sie kann durch Auftrennen gemessen werden. Für eine korrekte Messung ist zu beachten, daß die Belastungsverhältnisse an der Trennstelle exakt denen bei geschlossener Schleife entsprechen müssen.

Zwei wichtige Sonderfälle:

a) Mitkopplung:

\underline{u}_k ist **in Phase** mit \underline{u}_1' : $\underline{k} \underline{A}$ ist positiv und reell. Mit $\underline{k} \underline{A} = 1$ geht der Nenner gegen Null und die Verstärkung gegen Unendlich. Es kommt zur Selbsterregung.

$$\underline{A}' = \frac{\underline{A}}{1 - \underline{k} \underline{A}} \quad (\text{R3})$$

Dies ist das Prinzip der Schwingungserzeugung bei Oszillatoren.

b) Gegenkopplung:

\underline{u}_k ist **gegenphasig** zu \underline{u}_1' : $\underline{k} \underline{A}$ ist negativ und reell.

$$\underline{A}' = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{k} \underline{A}} \quad \text{mit Nenner } 1 + \underline{k} \underline{A} \text{ als } \underline{\text{Gegenkopplungsgrad}} \quad (\text{R4})$$

Die Gegenkopplung verringert zwar die Verstärkung, verbessert aber im gleichen Maße andere Eigenschaften wie Klirrfaktor, Stabilität und Bandbreite. Eingangs- und Ausgangsimpedanzen können je nach Art der Gegenkopplung sowohl erniedrigt als auch erhöht werden.

R.2 Gegenkopplung

Bei Gegenphasigkeit von Eingangssignal und rückgekoppeltem Ausgangssignal liegt eine Gegenkopplung vor. Es gibt vier verschiedene Grundschaltungen von Gegenkopplungen.

R.2.1 Arten von Gegenkopplungsschaltungen

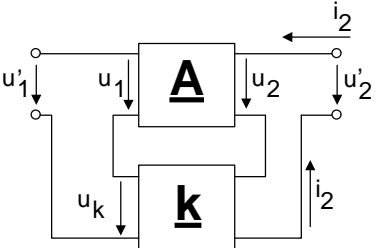
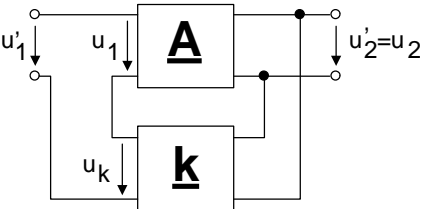
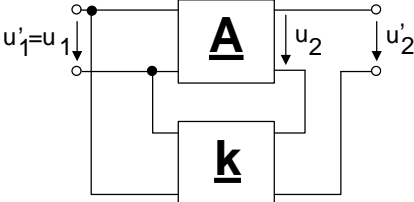
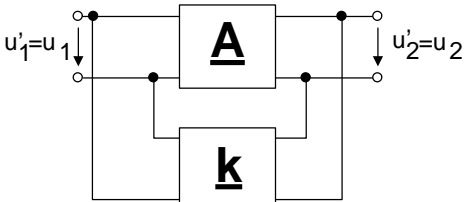
eingangsseitig		ausgangsseitig	
Schaltung	beeinflusste Eg-Grösse	Schaltung	
		Serie	Parallel
		wirksame Ausgangsgrösse	
		Strom	Spannung
Serie	Spannung	 <p>Serien-Serien-GK oder stromabhängige Spannungs-GK oder Strom-Spannungs-GK</p>	 <p>Serien-Parallel-GK oder spannungsabhängige Spannungs-GK oder Spannungs-Spannungs-GK</p>
		 <p>Parallel-Serien-GK oder stromabhängige Strom-GK oder Strom-Strom-GK</p>	 <p>Parallel-Parallel-GK oder spannungsabhängige Strom-GK oder Spannungs-Strom-GK</p>

Abb. R2: Grundschaltungen v. Gegenkopplungen

Damit die Gegenkopplung voll wirksam werden kann, ist im äußeren Kreis bei Serienankopplung ein möglichst niederohmiger Abschluß und bei Parallelschaltung ein möglichst hochohmiger Abschluß notwendig. Dies gilt für den Eingangs- und den Ausgangskreis.

R.2.2 Die Stabilisierung der Verstärkergröße

Die Verstärkung eines Verstärkers wird durch die Eigenschaften der aktiven Elemente, der Umgebungstemperatur und der Versorgungsspannung beeinflusst. Eine Gegenkopplung verringert den Einfluß dieser Störgrößen.

Stabilisierte Verstärkergröße:

Je nach Gegenkopplungsschaltung wird eine andere Verstärkergröße stabilisiert:

$$\text{stabilisierte Verstärkergröße} = \frac{\text{wirksame Ausgangsgröße}}{\text{beeinflusste Eingangsgröße}} \quad (\text{R5})$$

z.B.: Serien-Serien-GK: Stabilisierte Verst.-Größe = $\frac{i_2}{u_1} = g_m = \text{Steilheit}$. (Primäre Größe)

Mit einem konstanten Lastwiderstand R_a entsteht die sekundär stabilisierte Größe

$$\frac{i_2}{u_1} R_a = g_m R_a = \frac{u_2}{u_1} = v_u, \quad \text{aber nicht: } R_m, V_i$$

z.B.: Parallel-Parallel-GK: Stabilisierte Verst.-Größe = $\frac{u_2}{i_1} = R_m = \text{Transimpedanz}$ (Primäre Größe)

Mit einem konstanten Lastwiderstand R_a entsteht die sekundär stabilisierte Größe

$$\frac{u_2}{i_1} \frac{1}{R_a} = \frac{i_2}{i_1} = v_i, \quad \text{aber nicht: } V_u, g_m$$

Größe der Stabilisierungswirkung:

$$A' = \frac{A}{1 + kA}; \quad \text{relative Änderung: } \frac{dA'}{dA} = \frac{1}{(1 + kA)^2}$$

$$dA' = \frac{dA}{1 + kA} \frac{1}{1 + kA} \left| \begin{array}{l} \cdot A \\ \cdot A \end{array} \right.; \quad dA' = \frac{dA}{A(1 + kA)} \cdot \frac{A}{1 + kA} :$$

$$\frac{dA'}{A'} = \frac{dA}{A} \cdot \frac{1}{1 + kA} = \frac{dA}{A} \cdot \frac{1}{p} \quad (\text{R6})$$

Die relative Abhängigkeit der "neuen" Verstärkergröße A' von Schwankungen der Größe A wird um den Gegenkopplungsgrad vermindert!

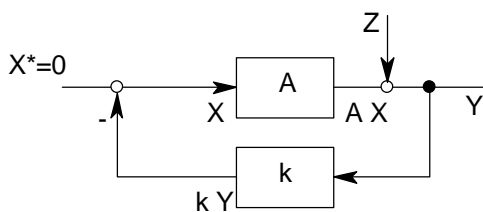
Am deutlichsten wird die Wirkung der Gegenkopplung auf die Verstärkergröße A für den Extremfall $kA \gg 1$ ersichtlich:

$$kA \gg 1 \text{ bzw. } A \gg \frac{1}{k} \quad \text{liefert: } A' = \frac{A}{1 + kA} \approx \frac{A}{kA} \approx \frac{1}{k} \quad (\text{R7})$$

Bei **hoher Schleifenverstärkung kA** wird die Übertragungsfunktion der gegengekoppelten Schaltung A' gleich $1/k$ und praktisch **unabhängig von A** ! Das gilt auch dann, wenn der Verlauf von $1/k$ frequenzabhängig ist. Viele lineare Schaltungen mit Operationsverstärkern nutzen dieses Prinzip.

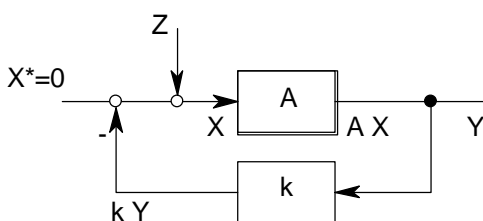
R.2.3 Die Auswirkung von Störgrößen in der Gegenkopplungsschleife

Zur Verallgemeinerung wird das **Eingangssignal X**, das **Ausgangssignal Y** und die **Störgröße Z** bezeichnet. Das Eingangssignal X^* vor der Schleife wird auf Null gesetzt, da es keinen Einfluß hat.

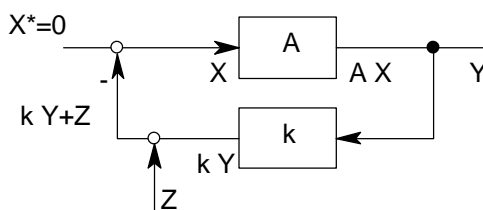


$$\begin{aligned} X &= 0 - Yk \\ Y &= \hat{A} \cdot X + Z = -k \cdot A \cdot Y + Z \\ Y(1 + kA) &= Z \\ Y &= \frac{Z}{(1 + kA)} = \frac{Z}{p} \end{aligned} \quad (\text{R8a})$$

- Eine Störung zwischen Verstärkerausgang und Abzweig des Gegenkopplungssignals wird um den **Gegenkopplungsgrad p** verringert.

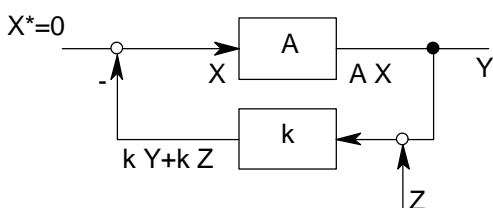


$$\begin{aligned} X &= 0 - kY + Z \\ Y &= A \cdot X = -k \cdot A \cdot Y + A \cdot Z \\ Y(1 + kA) &= A \cdot Z \\ Y &= \frac{A \cdot Z}{1 + kA} = A^* \cdot Z \end{aligned} \quad (\text{R8b})$$



$$\begin{aligned} X &= 0 - kY - Z \\ Y &= A \cdot X = -k \cdot A \cdot Y - A \cdot Z \\ Y &= \frac{-A \cdot Z}{1 + kA} = -A^* \cdot Z \end{aligned} \quad (\text{R8c})$$

- Eine Störung im Eingangsbereich der Gegenkopplung wird am Ausgang nur mit der **Verstärkung A*** der gegengekoppelten Schaltung **wirksam**.



$$\begin{aligned} X &= 0 - k(Y + Z) \\ Y &= A \cdot X = -A \cdot k \cdot Y - A \cdot k \cdot Z \\ Y &= -\frac{k \cdot \hat{A}}{1 + kA} \cdot Z \approx -Z \end{aligned} \quad (\text{R8d})$$

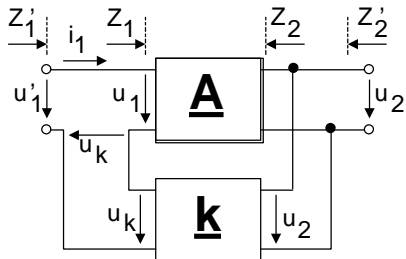
Abb. R3ff: Einfluß einer Störgröße

- Eine Störgröße zwischen Ausgang der Gegenkopplungsschaltung und dem Rückkopplungsnetzwerk wirkt sich bei großer Schleifenverstärkung **nahezu ungeschwächt** auf das Ausgangssignal aus.

R.2.4 Die Beeinflussung der Impedanzen des Verstärkers

Die Gegenkopplung beeinflusst nicht nur die Verstärkung der Schaltung sondern auch deren Ein- und Ausgangsimpedanz.

Berechnung des Eingangsimpedanz Z_1' bei Serien-Parallel-Gegenkopplung:



$$Z_1 = \frac{u_1}{i_1} \quad (\text{für Verstärker ohne GK})$$

$$Z_1' = \frac{u_1'}{i_1} = \frac{u_1 + u_k}{i_1} = \frac{u_1}{i_1} + \frac{k A u_1}{i_1} = \frac{u_1}{i_1} (1 + kA)$$

$$Z_1' = Z_1 (1 + kA) = Z_1 \cdot \rho \tag{R9}$$

Abb. R4: Zur Ber. d. Eingangswiderstands

In ähnlicher Weise lassen sich die Ein- und Ausgangsimpedanzen auch für ander Gegenkopplungsschaltungen berechnen.

Allgemein gilt für alle vier Gegenkopplungsarten:

Ankopplung am Eingang		Ankopplung am Ausgang	
Serienschaltung	Par.-Schaltung	Serienschaltung	Par.-Schaltung
$Z_1' = Z_1 \cdot \rho$	$Z_1' = Z_1 \cdot \frac{1}{\rho}$	$Z_2' = Z_2 \cdot \rho$	$Z_2' = Z_2 \cdot \frac{1}{\rho}$

(R10 a,b,c,d)

Diese einfachen Beziehungen gelten nur, wenn keine weiteren Gegenkopplungsschleifen wirksam sind!

Bei der Ankopplung einer Schaltung mit Gegenkopplung an einen Generator ist dessen Innenwiderstand R_g zu beachten:

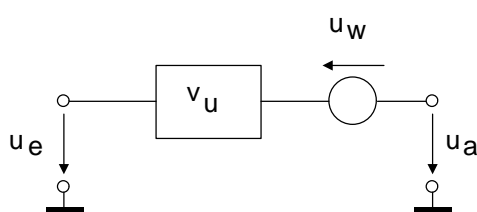
Serienanpassung des RK-Netzwerks am Eingang:

Die rückgekoppelte Spannung teilt sich an R_g und Z_1 auf. Für volle Wirksamkeit der GK muß gelten: $R_g \ll Z_1$.

Parallelanpassung des RK-Netzwerks am Eingang:

Der rückgekoppelte Strom teilt sich in R_g und Z_1 auf. Für volle Wirksamkeit der GK muß gelten: $R_g \gg Z_1$.

R.2.5 Verringerung der nichtlinearen Verzerrungen



Insbesondere bei großer Aussteuerung verursachen Verstärker nichtlineare Verzerrungen. Diese können gem. Abb.R4 als Oberwellenspannung u_w aufgefaßt werden. Ohne Gegenkopplung ist die Oberwellenspannung u_w im Ausgangssignal voll enthalten:

$$u_a^2 = v_u^2 + u_e^2 + u_w^2 \tag{R11}$$

Abb. R5: Verzerrungen ohne Gegenkopplung

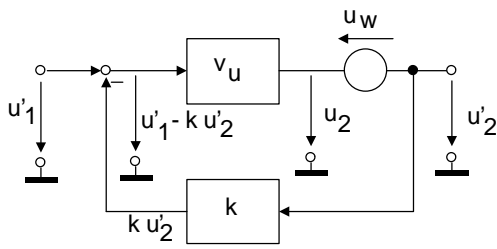


Abb. R6: Verzerrungen mit Gegenkopplung

Durch eine Gegenkopplung werden mit dem Nutzsignal auch die Verzerrungen gegengekoppelt und somit verringert. Die Wirkung der Oberwellenspannung an den Ausgangsklemmen wird durch die GK verringert.

Für ein Eingangssignal $u'1 = 0$ ist mit U_w als Störgröße die Wirkung der GK unmittelbar aus Gln. (R8a) zu entnehmen

$$u'2 = \frac{u_w}{1 + k v_u}$$

d.h. jede einzelne Harmonische der Oberwellenspannung wird um den Gegenkopplungsgrad p reduziert! Die ebenfalls verringerte Verstärkung für das Nutzsignal $u'1$ läßt sich durch eine Erhöhung der Eingangsspannung ausgleichen. Die Größe der Verzerrungen hängt nicht von der Verstärkung sondern von der Aussteuerung ab.

Der **Klirrfaktor K** wird ebenso beeinflusst:

$$K' = \frac{K}{p}; \quad \text{wenn } p = \text{Gegenkopplungsgrad} \quad (\text{R12})$$

R.2.6 Beeinflussung des Frequenzgangs

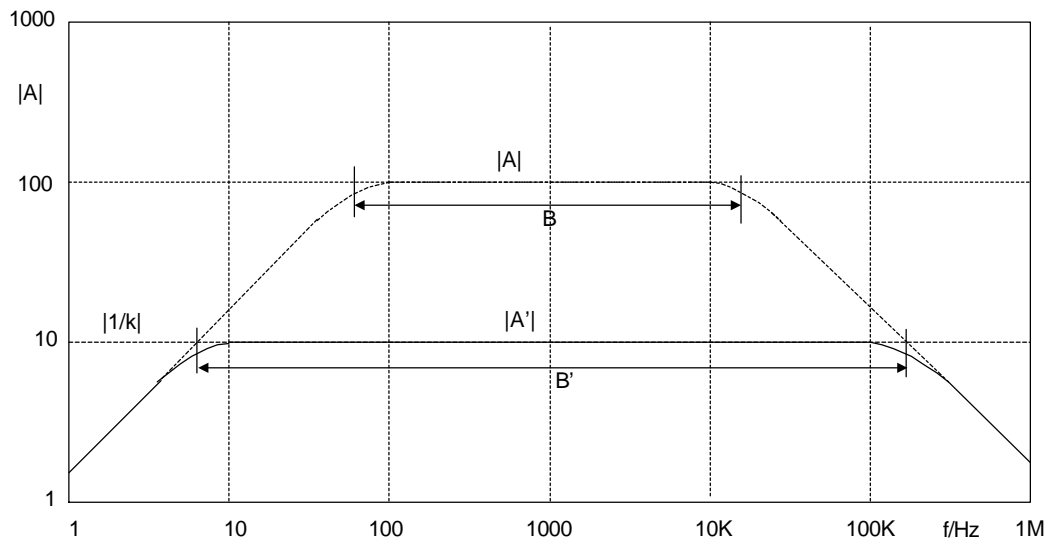


Abb. R7: Wirkung einer GK auf den Frequenzgang

Eine Gegenkopplung verringert den Einfluß von Verstärkungsänderungen. (Gln. R6) Da der Frequenzgang als eine frequenzabhängige Änderung der Verstärkung aufgefaßt werden kann, bewirkt eine frequenzunabhängige Gegenkopplung eine **Linearisierung des Frequenzgangs**. Es kommt dabei zu einer Reduktion der Verstärkung aber im selben Maße zu einer Erhöhung der Bandbreite.

Durch den Einbau einer **frequenzabhängigen Gegenkopplung** kann man den Frequenzgang einer Schaltung beeinflussen:

Stärkere GK in einem bestimmten Frequenzbereich bewirkt eine **Schwächung**, eine **geringere GK** in einem bestimmten Frequenzbereich einen **Anhebung** dieses Bereichs im Frequenzgang der Gesamtschaltung.

R.2.7 Berechnung einer gegengekoppelten Verstärkerstufe als Beispiel

BJT in Emitterschaltung mit Serien-Serien - Gegenkopplung:

Zwecks Verringerung des Rechenaufwands werden das (vereinfachte) Transistormodell herangezogen und nachfolgend übliche Vernachlässigungen eingeführt. Ob die Vernachlässigungen vertretbar sind, muß von Fall zu Fall geprüft werden. Genauere Rechnung siehe Übungen!

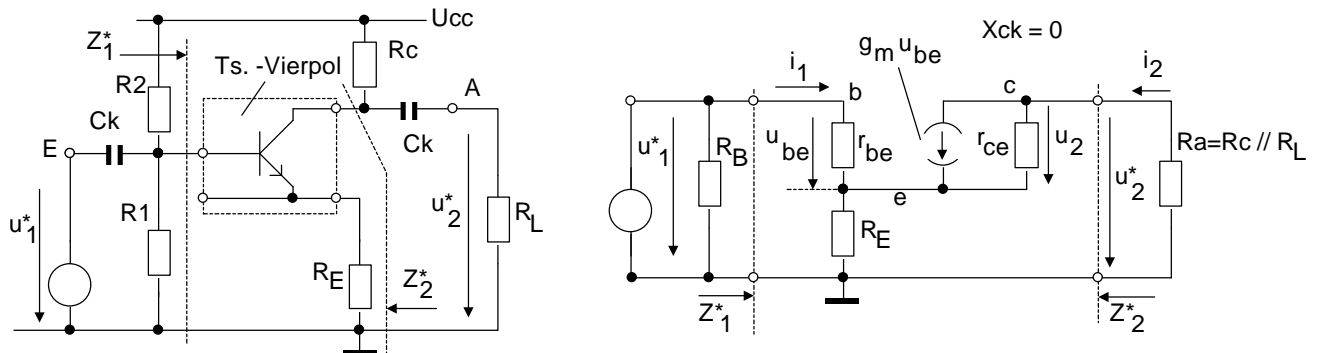


Abb. R8: Emitterschaltung mit Strom-Spannungs-GK

a) Spannungsverstärkung

$$(A): i_2 = g_m U_{be} + \frac{u_2}{r_{ce}}; (B): i_2 = -\frac{u_2^*}{R_a}; (C): u_E = i_2 R_E; (D): u_{be} = u_1^* - u_E; (E): u_2 = u_2^* - u_E = u_2^* \left(1 + \frac{R_E}{R_a}\right)$$

In (A) eingesetzt und mit $\frac{1}{r_{ce}} \ll g_m$ wird nach Rechnung:

$$v_u^* = \frac{u_2^*}{u_1^*} = \frac{-g_m R_a}{1 + g_m R_E + \frac{R_a}{r_{ce}}} \approx \frac{-g_m R_a}{1 + g_m R_E} \approx \frac{-R_a}{R_E} = \frac{1}{k_u} \quad (R13)$$

nur Abschätzung!

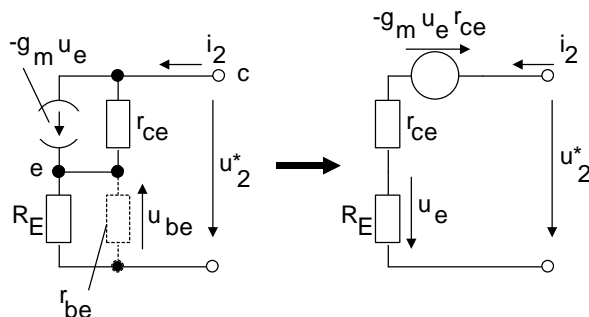
Der Nenner stellt den Gegenkopplungsgrad dar: $(1 + g_m R_E) = p$

b) Eingangswiderstand

$$Z_1^* = \frac{u_1^*}{i_1}; \quad u_1^* = u_{be} + i_2 R_E = u_{be} + g_m u_{be} R_E = u_{be} (1 + g_m R_E) \quad \text{mit } r_{ce} \gg R_a, R_E. \quad \text{Daraus entsteht:}$$

$$Z_1^* = \frac{u_{be} (1 + g_m R_E)}{i_1} = r_{be} (1 + g_m R_E) = Z_1 p \quad (R14)$$

c) Ausgangswiderstand $u_1^* = 0; u_2^*$ eingespeist; r_{be} in PII.-Schaltung vernachlässigt, da meist $r_{be} \gg R_E$.



$$u_e = -u_{be} \quad \text{und} \quad u_e = i_2 R_E$$

$$u_2^* = i_2 (R_E + r_{ce}) + g_m i_2 R_E r_{ce}$$

$$Z_2^* = \frac{u_2^*}{i_2} = R_E + r_{ce} + g_m R_E r_{ce}; \quad R_E \text{ vernachlässigbar}$$

$$Z_2^* = r_{ce} (1 + g_m R_E) = Z_2 p \quad (R15)$$

mit $p = 1 + g_m R_E = \text{Gegenkopplungsgrad}$

Abb. R9: Berechnung des Ausgangs-Widerstands

R.2.8 Parallel-Gegenkopplung

In diesem Zusammenhang soll nur die Auswirkung eines Rückwirkungsleitwerts auf den Eingang des gegengekoppelten Verstärkers untersucht werden. Der Rückwirkungsleitwert wird als "Gegenkopplungsnetzwerk" betrachtet.

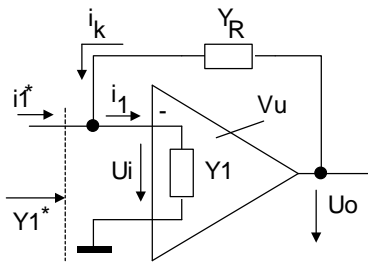


Abb. R10: Parallel-Gegenkopplung

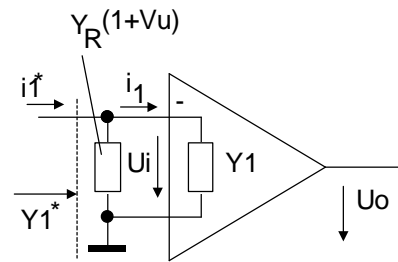


Abb. R10a: Auf Eingang transformierter Rückwirkungsleitwert

$$i_1^* = i_1 - i_k$$

$$i_1^* = u_i y_1^* ; \quad i_1 = u_i y_1 ; \quad i_k = (u_o - u_i) y_R ; \quad -u_o = u_i V_u ; \quad \text{wobei } V_u > 0$$

$$u_i y_1^* = u_i y_1 - (u_o - u_i) y_R$$

liefert umgestellt:

$$y_1^* = y_1 + y_R (1 + V_u) \tag{R16}$$

Damit wirkt Y_R auf den Eingang wie ein zu Y_1 parallel geschalteter Leitwert $y_{eff} = y_R(1 + V_u)$. Aus Abb. R10 wird Abb. R10a.

Dieses Ergebnis gibt den schon bekannten "**Millereffekt**" wieder:

- Eine zwischen Ausgang und invertierendem Eingang eines Verstärkers liegende Kapazität C_R wirkt am Eingang gegen Masse wie eine um $(1 + V_u)$ vergrößerte Kapazität $C_{eff} = C_R(1 + V_u)$; $V_u > 0$!

Im Zusammenspiel mit einem nicht vernachlässigbaren Generatorwiderstand trägt diese "Millerkapazität" in erster Linie zur oberen Grenzfrequenz eines invertierenden Verstärkers bei.

Beispiel: Verstärkerstufe mit BJT ohne Emittergegenkopplung:

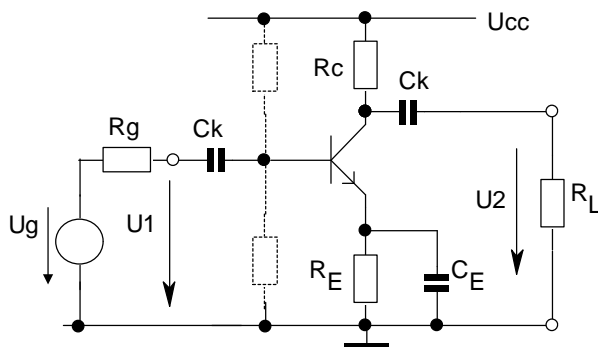


Abb. R11: Obere Grenzfrequ. eines BJT-Verstärkers

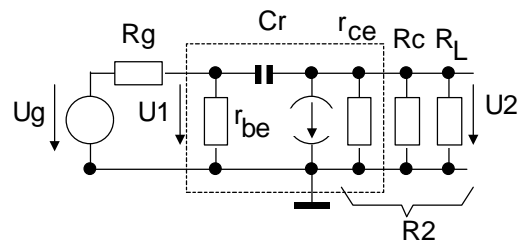


Abb. R12: Zur Berechnung der oberen Grenzfrequenz

Das Ersatzbild vereinfacht sich nach Anwendung des Millertheorems zu Abb. R13:

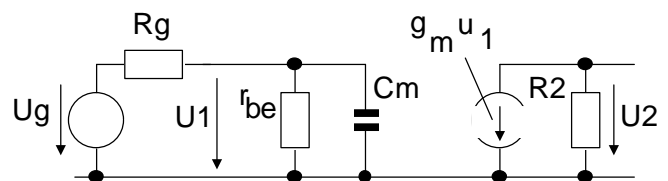


Abb. R13: Anwendung des Millertheorems

Spannungsverstärkung ohne Frequenzabhängigkeit:

$$V_u = \frac{u_2}{u_1} = -g_m R_2$$

Mit der Millerkapazität $C_m = C_r (1 + g_m R_2)$

entsteht ein frequenzabhängiger Spannungsteiler am Eingang:

$$\frac{u_1}{u_g} = \frac{\frac{\frac{r_{be}}{\rho C_m}}{r_{be} + \frac{1}{\rho C_m}}}{R_g + \frac{\frac{r_{be}}{\rho C_m}}{r_{be} + \frac{1}{\rho C_m}}} = \frac{r_{be}}{R_g + r_{be}} \frac{1}{1 + \rho C_m (R_g || r_{be})} \quad (R17)$$

Der **Frequenzgang der Verstärkung** V_{Ug} wird dann:

$$V_{Ug} = \frac{u_2}{u_g} = \frac{u_1}{u_g} \frac{u_2}{u_1} = - \frac{r_{be}}{R_g + r_{be}} \frac{g_m R_2}{1 + \rho C_m (R_g || r_{be})} \quad (R18)$$

mit der **dominanten Polstelle**:

$$T_o = \frac{1}{\omega_o} = C_m (r_{be} || R_g) = \frac{C_r (1 + g_m R_2) r_{be} R_g}{r_{be} + R_g} \quad (R19)$$

Zur **Abschätzung** des Einflusses sei $R_g \gg r_{be}$ und $g_m R_2 \gg 1$ angenommen:

$$\omega_o = \frac{1}{T_o} \approx \frac{1}{C_r g_m r_{be} R_2} \approx \frac{1}{\beta C_r R_2}$$

Das Ergebnis zeigt den starken Einfluß von C_r und R_2 auf die obere Grenzfrequenz!

R.3 Mitkopplung

Bei der Mitkopplung wird das rückgekoppelte Signal phasengleich zum Eingangssignal addiert. Mitkopplung wird zur Schwingungserzeugung, als "Boot-Strapping" und in aktiven Filtern verwendet. Verstärkereigenschaften werden ähnlich wie bei Gegenkopplung, aber in Gegenrichtung verändert; so verschlechtert eine Mitkopplung ganz wesentlich das Stabilitätsverhalten eines Verstärkers.

R.3.1 Die Schwingbedingung

Gemäß Abb. R1 und Gleichung (R3) wird für die Übertragungsfunktion der Gesamtschaltung:

$$\underline{A}' = \frac{u_2}{u_1} = \frac{A}{1 - kA} \quad (\text{R20})$$

Wenn der Nenner von Gln. (R3) Null wird, kommt es zur Selbsterregung der Schaltung.

Barkhausen'sche Selbsterregungs-Bedingung:

$$\text{Nenner} \rightarrow 0 \text{ bzw. } \underline{kA} = 1 \quad (\text{R21a})$$

In Zeigerschreibweise:

$$\underline{kA} = |k| e^{j\varphi_k} |A| e^{j\varphi_A} = 1 \cdot e^{\pm jn2\pi} \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, 3, \dots; \quad (\text{R21b})$$

Die Zerlegung dieser komplexen Gleichung in Betrag und Phase liefert zwei Bedingungen für Selbsterregung:

$$\text{Amplitudenbedingung: } |k| |A| = 1 \quad (\text{R22a})$$

$$\text{Phasenbedingung: } \varphi_A + \varphi_k = \pm 2\pi n \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, 3, \dots; \quad (\text{R22b})$$

Für Selbsterregung harmonischer Schwingungen müssen beide Bedingungen erfüllt sein!

Einfluß der Amplitudenbedingung:

$|kA| < 1$: Die Schleifenverstärkung reicht nicht aus um die Schwingung aufrecht zu erhalten. Schaltung schwingt nicht an oder liefert nur ein abklingendes Signal.

$|kA| > 1$: Erforderliche Bedingung für ein sicheres Anschwingen mit aufklingender Amplitude. Als Anfangserregung genügt das Rauschen der Schaltung oder der Signalsprung beim Einschalten der Versorgungsspannung. Falls keine Amplitudenregelung vorhanden ist, Aufklingen bis zur Übersteuerung des Verstärkers.

$|kA| = 1$: Die Amplitude der Schwingung bleibt konstant. Eingeschwungener Zustand bei "Harmonischen Oszillatoren" (Sinusgeneratoren) muß i.a. durch elektronische Regelschaltungen sichergestellt werden.

Einfluß der Phasenbedingung:

- Die Phasenbedingung bestimmt die **Frequenz** der Oszillatorschwingung.
- Harmonische Schwingung entstehen, wenn Phasenbedingung nur bei einer einzigen Frequenz erfüllt ist.
- Der Oszillator schwingt auf der Frequenz, bei der die Phasenbedingung erfüllt ist.
- Für eine gute Frequenzstabilität soll der Phasengang der Schleifenverstärkung möglichst stark frequenzabhängig sein und überwiegend vom RK-Netzwerk und nicht vom Verstärkerelement bestimmt werden.

R.3.2 Boot-Strapping

Das Prinzip des Boot-Strapping besteht in einer Mitkopplung mit einer Schleifenverstärkung < 1 , sodaß kein Oszillieren auftreten kann. Meist soll damit die Wirkung von Impedanzen verändert oder der Aussteuerbereich vergrößert werden.

Schaltungsbeispiele:

R.3.2.1 Vergrößerung des Eingangswiderstands eines Sourcefolgers (oder Emitterfolgers).

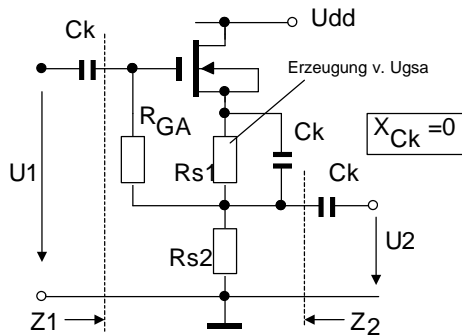


Abb. R14: Sourcefolger mit Bootstrap

Die Schaltung wird in Kap. F.4.2 näher beschrieben.

R.3.2.2 Vergrößerung des Lastwiderstands einer Verstärkerstufe:

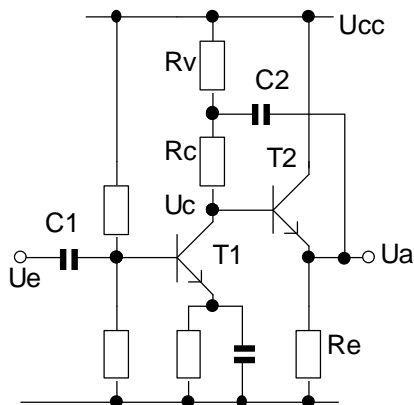


Abb. R15: Vergrößerung des Wechselstromarbeitswiderstands

Die Spannungsverstärkung des Emitterfolgers sei $V_U = \frac{u_a}{u_c} < 1$.

Bei großem C_2 liegt das U_{cc} -seitige Ende des R_c auf der Signalspannung u_a und über R_c steht die Spannung $u_{R_c} = u_c - u_a = u_c(1 - v_U)$.

Damit wird der Signalwechselstrom durch R_c : $i_{R_c} = \frac{u_c(1 - v_U)}{R_c}$.

Für den Kollektor des T1 erscheint der Kollektorwiderstand mit dem Wert:

$$R_c^* = \frac{u_c}{i_{R_c}} = \frac{u_c R_c}{u_c(1 - v_U)} = \frac{R_c}{1 - v_U} \quad (R23)$$

R.3.2.3 Erhöhung der Aussteuerbarkeit.

Aus Abb. R15 ist auch zu erkennen, daß bei der positiven Halbwelle das U_{cc} -seitige Ende des R_c zeitweise über die Betriebsspannung U_{cc} zu liegen kommt. Damit kann der bei größeren Basisströmen von T2 nicht mehr zu vernachlässigende Spannungsverlust an R_c ausgeglichen werden.

Diese Methode findet man häufig bei Gegentakt-Leistungsverstärkern.

Nachteil des Bootstrapping: Da es sich um eine Mitkopplung handelt, werden alle von einer Gegenkopplung positiv beeinflussten Eigenschaften im gleichen Maße verschlechtert. (Geringere dyn. Stabilität, größerer Klirrfaktor, kleinere Bandbreite usw.) Dies muß durch sorgfältige Gegenkopplung ausgeglichen werden!

R.4 Harmonische Oszillatoren

Harmonische Oszillatoren dienen zur Erzeugung von möglichst verzerrungsarmen sinus-Schwingungen. Im folgenden sollen Beispiele für die wichtigsten Oszillatorarten gezeigt werden

R.4.1 RC-Oszillatoren

Das frequenzbestimmende Netzwerk besteht aus RC-Kombinationen.

Vorteile:

- Keine Induktivitäten (Größe, Gewicht, Preis, Nichtlinearitäten)
- Höhere Frequenzvariation (1:10 und mehr). Bei LC-Oszillatoren erreicht man bei der üblichen Kapazitätsvariation der Drehkondensatoren von 1:10 nur eine Frequenzvariation von $1 : \sqrt{10} \approx 1:3$.

Nachteile:

- Nicht für hohe Frequenzen geeignet. (Grenze ca. 2 MHz)
- Keine sehr hohe Frequenzstabilität, da Phasensteilheit der RC-Glieder nicht so groß wie bei guten Schwingkreisen.

Beispiel: Wien-Brücken-Oszillator

Wien-Robinson-Brücke (verstimmt)

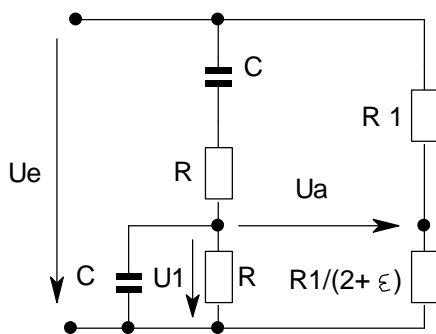


Abb. R16: Verstimmt Wien-Robinson-Brücke

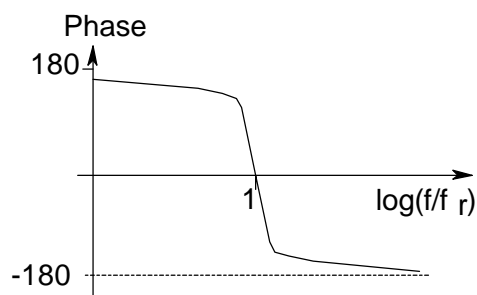


Abb. R17: Phasengang der Wienbrücke

Die Brücke muß geringfügig verstimmt werden, ansonsten wäre im Abgleich $U_a = 0$. Der untere Widerstand des rechten Zweiges in Abb. R14 ist etwas kleiner als $\frac{R_1}{2}$ zu machen.

Bei sehr hohen und sehr tiefen Frequenzen wird dann:

$$\underline{U}_a \approx -\frac{1}{3} \underline{U}_e \quad \text{---} \rightarrow \varphi = \pm 180^\circ$$

Bei der sog. "Resonanzfrequenz" f_R ist U_a in Phase mit U_e .

$$f_R = \frac{1}{2\pi RC} \quad (\text{R24})$$

Bei f_R werden :

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3} \underline{U}_e \quad \text{und} \quad \underline{U}_a = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3+\varepsilon} \right) \underline{U}_e \approx \frac{\varepsilon}{9} \underline{U}_e$$

$$\tan \varphi = \frac{3\Omega(\Omega^2 - 1)(3 + 2\varepsilon)}{(\Omega^2 - 1)^2(3 + \varepsilon) - 9\varepsilon\Omega^2}$$

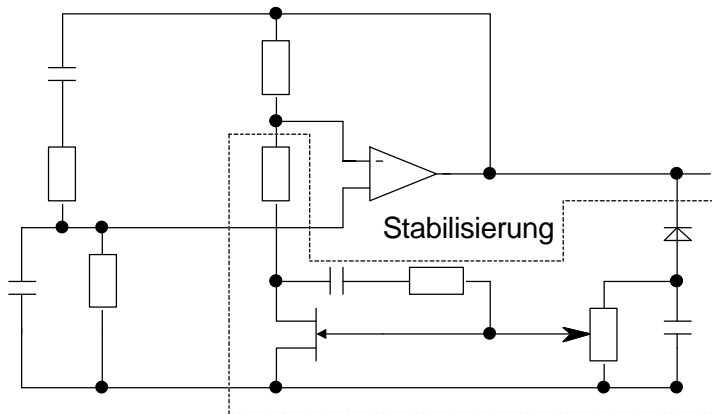
$$\text{mit } \Omega = \frac{f}{f_R}$$

Bei sehr kleinen ε (z.B. 0,01) erreicht der Phasenverlauf Steilheiten wie Schwingkreise mittlerer Güte. (Q einige 10).

Die Dämpfung des Signals in der Wienbrücke $\frac{U_a}{U_e} = k \approx \frac{\varepsilon}{9}$ muß durch eine nachfolgende Verstärkerstufe wieder ausgeglichen werden um die Amplitudenbedingung zu erfüllen.

Die Amplitudenbedingung ist **genau** einzuhalten: $k v_u = 1!$

Beispiel für eine Amplitudenstabilisierung:



Mit dem steuerbaren Kanalwiderstand des FET kann die Gegenkopplung und damit die Verstärkung des Operationsverstärkers eingestellt werden. Das Steuersignal für den FET erhält man durch Gleichrichten des Ausgangssignals. Die Gegenkopplung über der D-G-Strecke des FET dient der Linearisierung des Kanalwiderstands um die Verzerrungen klein zu halten. Wird das gleichgerichtete Regelsignal noch zusätzlich verstärkt, erhält man eine Präzisions-Amplitudenstabilisierung.

Abb. R18: RC-Generator mit Wienbrücke

R.4.2 LC-Oszillatoren

Die frequenzbestimmenden Glieder sind Resonanzkreise aus C und L.

R.4.2.1 Meißnerschaltung

Rückkopplung wirkt transformatorisch, richtige Phasenlage durch geeignete Polung der Trafowicklungen. In E- und B-Schaltung ist der Ausgangswiderstand des Transistors groß genug, um den Schwingkreis nicht zu stark zu dämpfen.

Phasenbilanz: Praktisch besteht stets ein kleiner positiver Phasenfehler $+ \Delta \varphi_k$ im Rückkopplungskreis, hervorgerufen durch Verluste und Streuung des Übertragers. Zur Einhaltung der Phasenbedingung muß $\Delta \varphi_A$ negativ sein, d.h. die Schwingfrequenz liegt etwas oberhalb der Resonanzfrequenz.

Annähernd kann man trotzdem schreiben:

$$f \approx f_{res} = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}} \quad \text{Thomson-Formel} \quad (R25)$$

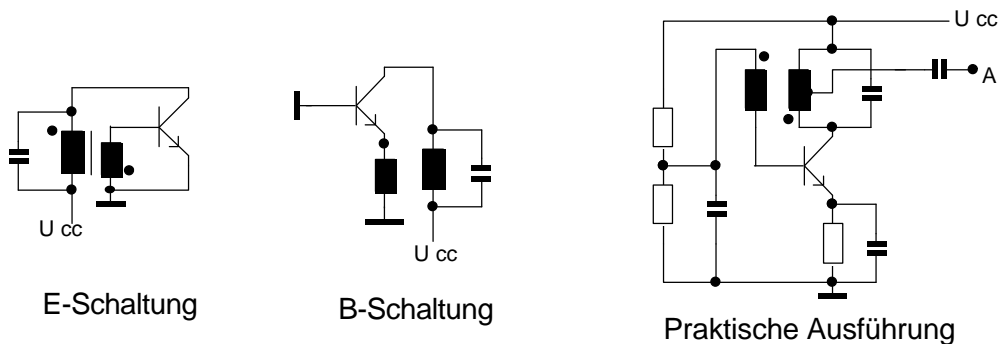


Abb. R19: Meißner-Oszillator

Die Meißnerschaltung war die erste bekannte harmonische Oszillatorschaltung. Sie hat auch heute noch Bedeutung. Andere LC-Schaltungen lassen sich aus dem Meißner-Prinzip entwickeln.

R.4.2.2 Induktive Dreipunktschaltung (Hartley-Oszillator)

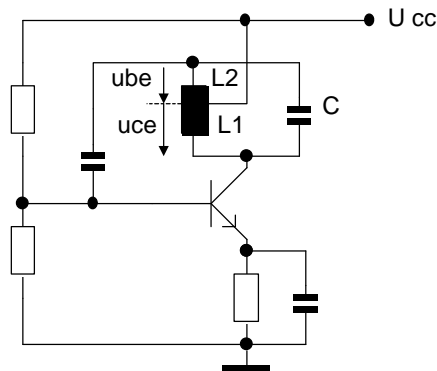


Abb. R20: Hartley-Oszillator

Der Übertrager mit 2 Wicklungen wird durch einen Spartransformator ersetzt.

Durch die signalmäßig auf Masse liegende Anzapfung der Schwingkreisspule wird Gegenphasigkeit von u_{ce} und u_{be} erreicht. (Phasenbedingung erfüllt).

Mit einem geeigneten Windungszahlverhältnis kann die Amplitudenbedingung eingehalten werden.

Schwingfrequenz:

$$\text{annähernd: } f_s \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{C L_{ges}}} = f_{res} \quad (\text{R26})$$

R.4.2.3 Kapazitive Dreipunktschaltung (Colpitts-Oszillator)

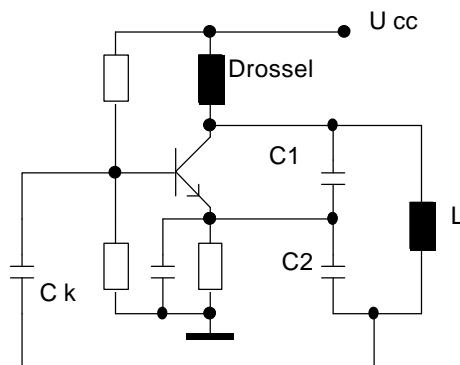


Abb. R21: Colpitts-Oszillator

Die Spannungsaufteilung am Schwingkreis ist hier kapazitiv. Die Zufuhr des Kollektorgleichstroms muß gesondert über eine HF-Drossel oder (weniger gut) über einen Kollektorwiderstand erfolgen.

$$\text{Schwingfrequenz: } f_s^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{1}{L C_T} + \frac{g_o}{C_1 C_2 r_{be}} \right) \quad (\text{R27})$$

mit $g_o = \text{Ausgangsleitwert}$

Faßt man die Reihenschaltung von C_1 und C_2 zu $C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ zusammen, entsteht bei kleinem g_o und

$$\text{großem } r_{be}: f_s \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{L C_T}} \quad (\text{R28})$$

R.4.2.4 Rückkopplung über die Kollektor-Emitter-Strecke

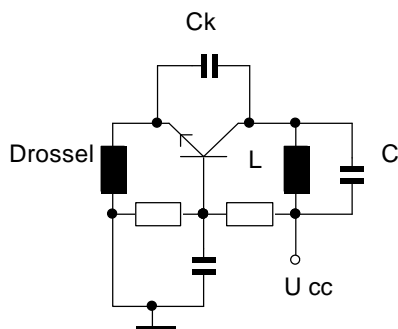


Abb. R22: Oszillator mit C-E-Kapazität

Bei der Basisschaltung tritt keine Phasenumkehr zwischen Ein- und Ausgangssignal auf. Selbsterregung kann über den Rückkopplungskondensator C_k erfolgen.

Oft genügt schon die innere Transistorkapazität C_{ce} .

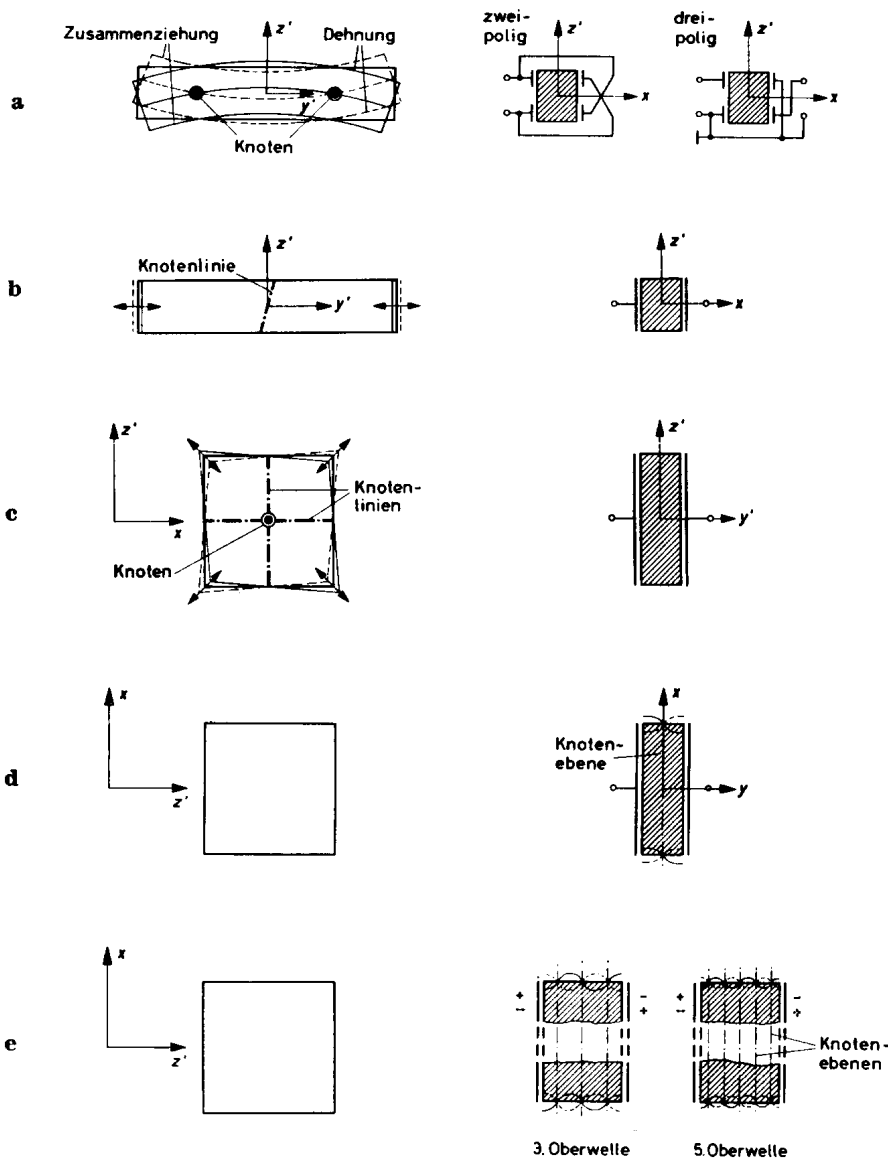
R.4.3 Quarzoszillatoren

In Oszillatoren mit besonders hoher Frequenzkonstanz werden Schwingquarze als frequenz- bestimmendes Glied verwendet. Während einfache LC-Oszillatoren nur eine Frequenzkonstanz von $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-4}$ haben, erreichen Quarzoszillatoren ein $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-6} \dots 10^{-10}$.

Schwingquarze werden aus möglichst reinen Naturquarzen (z.B. Turmalin) oder aus synthetischen SiO₂-Kristallen geschnitten. (Herstellung der synthetischen Quarze bei ca. 400 °C und 1000 bar).

Ein Schwingquarz arbeitet nach dem Prinzip des Piezo-Effekts. Ein elektrisches Feld verändert die Geometrie des Quarzgitters. Je nach Schnittwinkel zwischen Kristallachsen und Elektrodenanordnung entstehen Dicken-, Biege-, oder Scherungsschwinger.

Schwingmodi bei Schwingquarzen:



Übersicht der bei Schwingquarzen üblichen Schwingformen;
 a) Biegunsschwinger
 b) Längs-Dehnungsschwinger
 c) Flächenschwinger
 d) Dickenerschwinger (bei Grundwellenerregung)
 e) Dickenerschwinger (bei Oberwellenerregung).
 Die Bezeichnung x, y, z' weist auf Winkelabweichungen gegenüber den Achsen x, y, z, des Kristallsystems hin.

Der Quarz führt im elektrischen Wechselfeld **mechanische** Schwingungen aus. Im Resonanzfall entsteht eine sehr scharfe mechanische Resonanz, die Auslenkungen können rel. große Werte annehmen (hochbelastete Quarze ermüden im Laufe der Zeit!)

R.4.3.1 Elektrisches Verhalten eines Schwingquarzes

Hinsichtlich seiner elektrischen Eigenschaften verhält sich ein Schwingquarz wie ein Schwingkreis von sehr hoher Güte. Die elektr. Eigenschaften werden durch sein **Ersatzschaltbild** beschrieben:

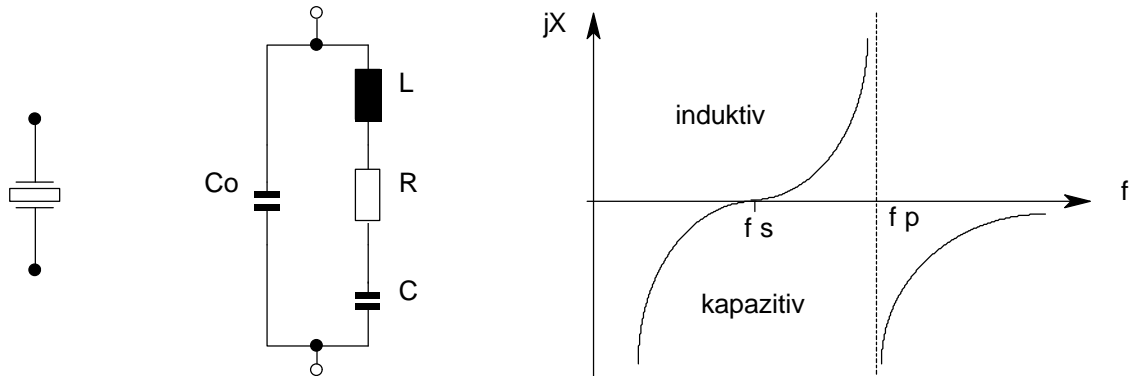


Abb. R23: Elektrisches Ersatzbild eines Schwingquarzes

Hierin bedeuten:

L die dynamische Induktivität, welche die schwingende Masse des Quarzes nachbildet.

C die dynamische Kapazität, die die Elastizität des schwingenden Körpers modelliert.

R den dyn. Widerstand zur Darstellung der mechanischen Reibungsverluste.

Co die statische Parallelkapazität, welche aus der Kapazität der Elektroden und des Trägersystems besteht.

Typische Eigenschaften von Quarzen:

- sehr hohe Güte ($Q = 10^4 \dots 10^5$)
- großes L/C -Verhältnis. ($10^{10} \dots 10^{15}$)
- $C \ll C_0$
- Frequenzstabilität bis 10^{-10} (bei höchsten Anforderungen Einbau in Thermostat.)

z.B. Werte für einen 1 MHz-Quarz: $L = 2.533 \text{ H}$, $C = 0.01 \text{ pF}$, $R = 50 \Omega$, $C_0 = 5 \text{ pF}$. $Q = \omega \frac{L}{R} \approx 3 \times 10^5$!

Berechnung der Resonanzfrequenzen:

Die nachfolgenden Beziehungen gelten unter den Voraussetzungen $C \ll C_0$ und

$R \ll \frac{1}{\omega_s C_0}$ mit $\omega_s = \text{Serienresonanz}$ Genaue Berechnungen sind u.A. zu finden in

"Der Schwingquarz, ein Bauelement zur Frequenzstabilisierung, VALVO-Broschüren."

$$\text{Serienresonanzfrequenz: } f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (\text{R29})$$

$$\text{Parallelresonanzfrequenz: } f_p \approx f_s \left(1 + \frac{C}{C_0}\right)^{\frac{1}{2}} \approx f_s \left(1 + \frac{1}{2} \frac{C}{C_0}\right) \quad (\text{R30})$$

Für obiges Beispiel ergeben sich als Resonanzfrequenzen: $f_s = 1.000005 \text{ MHz}$, $f_p = 1.001005 \text{ MHz}$. f_p liegt also nur um 1 Promille höher als f_s . Im Bereich zwischen f_s und f_p ist der Quarz induktiv.

Die Parallelresonanz hängt von der nicht sehr stabilen Kapazität C_0 ab, während die Serienresonanzfrequenz nur durch die mech. Eigenschaften des Quarzes bestimmt wird. Deshalb betreibt man den Quarz bei hohen Anforderungen auf seiner **Serienresonanz**.

"Ziehen" eines Quarzes.

Häufig will man die Frequenz eines Oszillators in einem engen Bereich variieren um den exakten Wert genau einstellen zu können.

Eine zusätzliche Parallelkapazität C_p ergibt näherungsweise eine **gezogene Pll.-Resonanz**:

$$f_p' \approx f_s \left[1 + \frac{C}{2(C_0 + C_p)} \right] \quad \text{dabei sinkt allerdings die Güte ab.} \quad (\text{R31})$$

Einer zusätzliche Serienkapazität C_s ergibt näherungsweise die **gezogene Serienresonanz**:

$$f_s' \approx f_s \left[1 + \frac{C}{2(C_0 + C_s)} \right]. \quad (\text{R32})$$

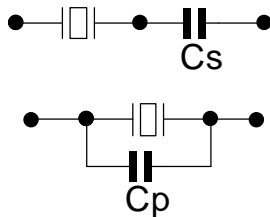


Abb. R24: Ziehen eines Quarzes

Durch den Serienziehkondensator erhöht sich f_s in Richtung f_p . Bei Verwendung des Parallelziehkondensators erniedrigt sich f_p in Richtung f_s . Größenordnung des Ziehkondensators = einige 10 pF).

Für stabile Schaltungen ist stets die Serienresonanz und ein Serien-Ziehkondensator vorzuziehen.

R.4.3.2 Oszillatorschaltungen mit Schwingquarzen

Prinzip:

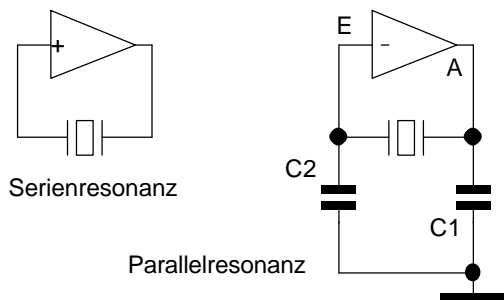


Abb. R25: Oszillatorprinzip mit Schwingquarz

Die Phasendrehung des Quarzes beträgt **0° bei Serienresonanz** und **180° bei Parallelresonanz**.

Somit wird der Quarz mit einem nichtinvertierenden Verstärker in seiner Serienresonanz und mit einem invertierenden Verstärker in seiner Parallelresonanz betrieben.

C_1, C_2 bilden einen kap. Spannungsteiler. Vgl. Schal-

tung von Abb. R26 .

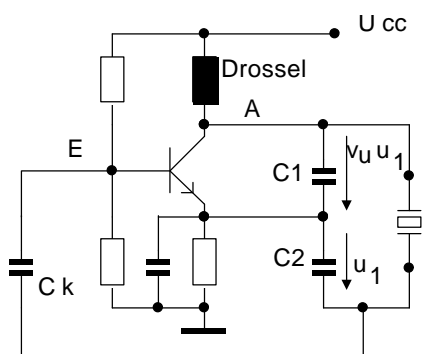


Abb. R26: Quarzoszillator in Colpitts-Schaltung

Colpitts-Oszillator mit Quarz:

Die Kreisinduktivität wird durch einen induktiv verstimmenen Quarz ersetzt.

Wegen Gegenphasigkeit des Signals an den beiden Schwingkreis-Enden wird der Quarz in (bzw. knapp unter) seiner **Parallelresonanz** betrieben.

Für hohe Stabilität sollen C_1 und C_2 möglichst groß sein (Größenordnung einige 100 pF...einige nF). Die Transistoreigenschaften gehen dann nicht mehr in die Frequenz ein.

Pierce-Schaltung:

Diese weitverbreitete Schaltung kann aus dem Hartley-Prinzip entwickelt werden:

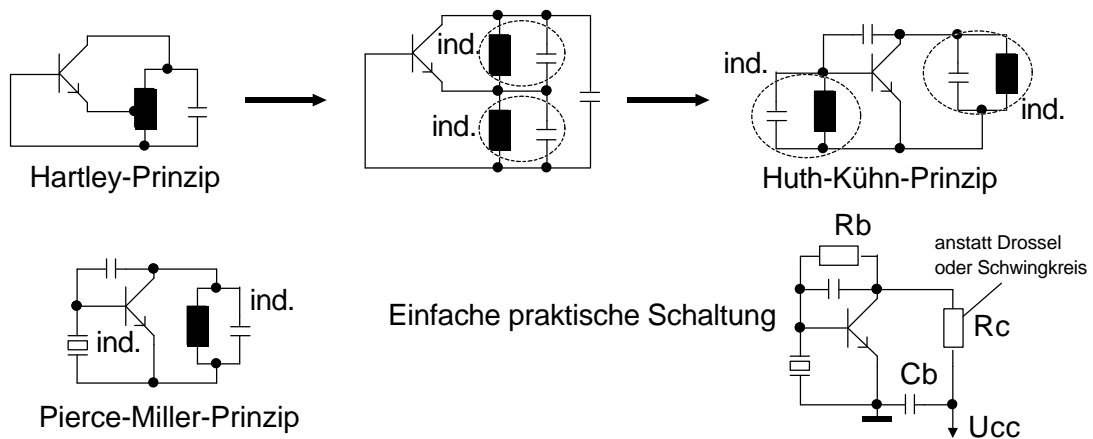


Abb. R27: Entwicklung der Pierce-Schaltung

Die beiden Teilinduktivitäten werden durch induktiv verstimmte PII.-Kreise ersetzt. Damit erhält man das Huth-Kühn-Prinzip, das in Verstärkerschaltungen, die ein- und ausgangsseitig gleich abgestimmte Kreise enthalten (Geradeausverstärker), leicht zu ungewollten wilden Schwingungen führen kann. Ersetzt man den im Basiskreis liegenden Schwingkreis durch einen (ind. verstimmten) Quarz, kommt man zur Pierce-Miller-Schaltung. Der kollektorseitige PII.-Kreis kann durch eine Drossel oder im einfachsten Fall durch einen Widerstand ersetzt werden.

R.4.4 Synthetische Schwingungserzeugung

Bei diesem Prinzip handelt es sich eigentlich nicht um eine harmonische Schwingungserzeugung. Vielmehr wird aus einem Rechtecksignal, das über eine PLL-Schaltung Quarzgenauigkeit haben kann, ein Dreiecksignal und daraus ein Quasi-Sinussignal geformt. (**Sinusfunktionsgenerator.**)

Die Umformung einer Dreiecksspannung in ein sinusförmiges Signal erfolgt häufig über Diodennetze unter Ausnutzung der nichtlinearen Diodenkennlinie.

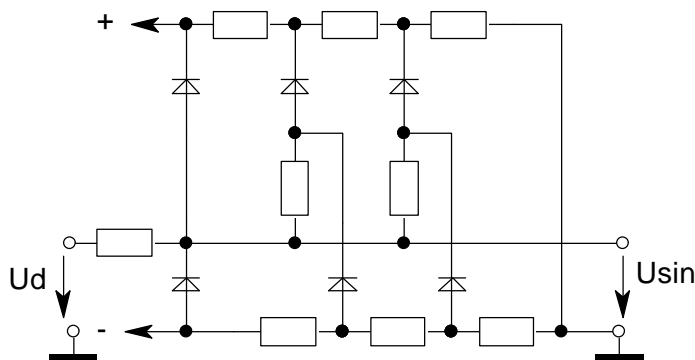


Abb. R28: Signalformierung mit Dioden

Mit 3 Dioden pro Halbwelle kann ein Klirrfaktor unter 1% erreicht werden.

R.4.5 Rechnerische Behandlung von Oszillatorschaltungen

R.4.5.1 Mittels Schleifenverstärkung

Hierzu wird die Rückkopplungsschleife an einer geeigneten Stelle aufgetrennt. die Enden der Schleife müssen so abgeschlossen werden, daß die Belastungsverhältnisse gleich bleiben. Dann ermittelt man die Schleifenverstärkung $\underline{k}A$ und spaltet in Amplituden- und Phasenbedingung auf. Die sich ergebenden 2 Gleichungen liefern Aussagen und Dimensionierungsvorschriften für den Verstärkervierpol und das Rückkopplungsnetzwerk.

R.4.5.2 Mittels Vierpolrechnung

Das Verfahren soll am Beispiel der Spannungs-Spannungs-Rückkopplung erläutert werden:

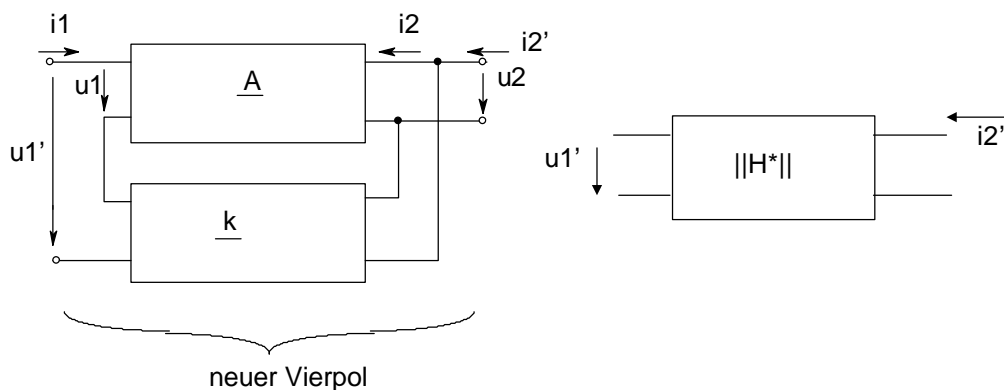


Abb. R29: Oszillator als Vierpol

Wie in vorstehender Skizze angedeutet, wird für die rückgekoppelte Schaltung eine Vierpol-Gesamtmatrix errechnet. (Zusammenfassung von Verstärker- und RK-Vierpol nach den Rechenregeln der VP-Rechnung).

Selbsterregung (harmonische Schwingung) tritt auf, wenn unabhängig von den äußeren Signalen (hier u_1^x , i_2^x) ein Ausgangssignal auftritt.

$$u_1^x = 0 = h_{11}^x i_1 + h_{12}^x u_2 \quad (\text{R33a})$$

$$i_2^x = 0 = h_{21}^x i_1 + h_{22}^x u_2 \quad (\text{R33b})$$

$$\text{Obige Gleichungen werden erfüllt für: } \Delta h^x = h_{11}^x h_{22}^x - h_{12}^x h_{21}^x = 0! \quad (\text{R34})$$

Dies gilt allgemein: Wenn die Determinante eines rückgekoppelten Vierpols = 0 ist, entsteht ein harmonischer Oszillator. (Mittkopplung vorausgesetzt)

also:

$$\Delta y^x = 0 \quad \text{bei spannungsabhängiger Stromrückkopplung} \quad (\text{35a,b,c})$$

$$\Delta z^x = 0 \quad \text{bei stromabhängiger Spannungsrückkopplung}$$

$$\Delta c^x = 0 \quad \text{bei stromabhängiger Stromrückkopplung}$$

Die sich ergebende komplexe Gleichung liefert

a) die Amplitudenbedingung (Realteil = 0)

b) die Phasenbedingung (Imaginärteil = 0)