

O.3.7 Rauschen von Operationsverstärkern

Als Rauschen in der Elektrotechnik wird der regellose Schwankungsprozeß von Strömen und Spannungen bezeichnet. Zeitlicher Mittelwert = 0, quadratischer Mittelwert $\neq 0$.

O.3.7.1 Grundbegriffe

Basiskenngröße = Rauschleistung P_r

Die einzelnen Signale, aus denen ein Rauschspektrum besteht, sind nicht mehr einzeln auszumachen, sondern nur mehr über die von ihnen gebildete elektrische Leistung festzustellen. Die Gesamtrauschleistung ergibt sich als Summe aller Leistungsanteile, die von den statistisch vorkommenden Signalen des gesamte Rauschspektrums gebildet werden und ist deshalb abhängig von der Bandbreite des erfaßten Frequenzspektrums. Um Unabhängigkeit von der Bandbreite eines Meßgeräts zu erhalten, wird die Rauschleistung auf eine bestimmte Bandbreite (hier $\Delta f = 1 \text{ Hz}$) bezogen.

$$\frac{\text{Rauschleistung}}{\text{Frequenzeinheit}} = \text{Rauschleistungsdichte (RLD)} \quad (\text{OR 1})$$

$$\text{mit } P_r = \frac{\tilde{u}_r^2}{R} = \tilde{i}_r^2 R \quad \text{wird} \quad RLD = \frac{P_r}{\Delta f} = \frac{\tilde{u}_r^2}{\Delta f} \frac{1}{R} = \frac{\tilde{i}_r^2}{\Delta f} R \quad (\text{OR 2})$$

$\frac{\tilde{u}_r^2}{\Delta f} =$ **Rauschspannungsdichte** = auf eine bestimmte Bandbreite bezogener Effektivwert der Rauschspng.

$\frac{\tilde{i}_r^2}{\Delta f} =$ **Rauschstromdichte** = auf eine bestimmte Bandbreite bezogener Effektivwert des Rauschstroms.

Übliche Angabe der auf $\Delta f = 1 \text{ Hz}$ bezogenen Dichten: u_r in $\left[\frac{\text{V}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]$ und i_r in $\left[\frac{\text{A}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]$ (OR 3)

Terminologie für die folgenden Betrachtungen:

u_r = Rauschspannungsdichte

\bar{u}_r = über ein bestimmtes Frequenzband aufsummierte Rauschanteile = tatsächlich bei bestimmtem Δf meßbarer Effektivwert

Je nach Spektralverteilung unterscheidet man beim O.P. die **Rausch-Arten:**

- **Weißes Rauschen:** Konstante Rauschleistungsdichte über der Frequenz. Alle Frequenzen kommen im statistischen Mittel gleich häufig mit der gleichen Leistung vor.
"Rosa Rauschen" = tiefpaßbegrenzt weißes Rauschen.

a) Häufigste Form des weißen Rauschens: **Thermisches Rauschen** von Ω -Widerständen, deren Temperatur über dem absoluten Nullpunkt liegt. Entsteht bei O.P. Verstärkerschaltungen an den Widerständen im O.P. und an den äußeren Beschaltungswiderständen.

b) **Schrot-Rauschen** (Schottky-Noise) und Stromverteilungsrauschen, im wesentlichen vom Eingangsstrom des O.P. abhängig.

- $\frac{1}{f}$ -Rauschen (**Funkel-Rauschen**)

Halbleiterrauschen, entsteht hauptsächlich durch Rekombinationsprozesse an Sperrschichten. Nimmt unterhalb von ca. 1 kHz proportional $1/f$ zu.

O.3.7.2 Rauschzahl und Rauschmaß

Ein Maß für die Qualität eines Nutzsignals ist sein Verhältnis zum Rauschsignal. Die Meßgröße dafür ist das sog. **Signal - Rausch - Verhältnis SRV** (oder SNR = Signal Noise Ratio)

$$SRV_E = \text{Signal-Rausch-Verhältnis am Eingang des Verstärkers} = \frac{P_{sE}}{P_{rG}}$$

$$SRV_A = \text{Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang des Verstärkers} = \frac{P_{sA}}{P_{rA}}$$

P_s = Signalleistung am Eingang des Verstärkervierpols

P_{rG} = Rauschleistung des Generators (mit der das Nutzsignal verrauscht ist)

v_p = Leistungsverstärkung des verstärkenden Vierpols

P_{rE} = auf den Eingang des Vierpols bezogene Rauschleistung des Vierpols, der dann als rauschfrei gilt.

P_{rA} = Gesamt-Rauschleistung am Ausgang des rauschfreien Vierpols

Definition der Rauschzahl:

$$F = \frac{SRV_E}{SRV_A} = \frac{\frac{P_{sE}}{P_{rG}}}{\frac{P_{sA}}{P_{rA}}} = \frac{\frac{P_{sE}}{P_{rG}}}{\frac{P_{sE} v_p}{P_{rA}}} = \frac{P_{rA}}{v_p P_{rG}} = \frac{(P_{rE} + P_{rG}) v_p}{P_{rG} v_p} = 1 + \frac{P_{rE}}{P_{rG}} = 1 + F_z \quad (\text{OR 4})$$

Rauschmaß: $F_{dB} = 10 (\log_{10} F)$ F_z = Zusätzliche Rauschzahl

• Man beachte, dass F_z bzw. F keine vom Eingangsrauschen unabhängige Verstärkereigenschaft sind! Bei Rauschberechnungen mit Operationsverstärkern hat die Rauschzahl eine untergeordnete Bedeutung.

O.3.7.3 Rausch-Ersatzschaltbilder

.1 Für Widerstände:

Das thermische Rauschen von Ω -Widerständen wird durch die Nyquist-Beziehung angegeben.

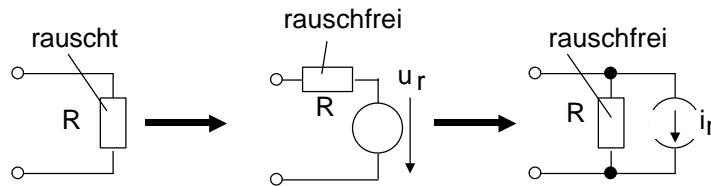


Abb. O 52: Rauschersatzquelle für einen Widerstand

$$\bar{u}_{rth} = \sqrt{4kTR\Delta f} = 129 \text{ pV} \sqrt{R/\Omega \Delta f/\text{Hz}} \quad \text{bei } T = 300 \text{ K} \quad (\text{OR 5a})$$

$$\bar{i}_{rth} = \sqrt{4kT\Delta f \frac{1}{R}} = 129 \text{ pA} \left(\frac{\Delta f/\text{Hz}}{R/\Omega} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{bei } T = 300 \text{ K} \quad (\text{OR 5b})$$

.2 Für den Verstärkervierpol:

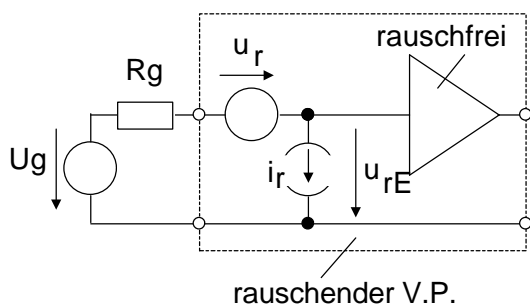


Abb. O 53: Rauschersatzbild beim Vierpol

Zur Beschreibung der Rauschvorgänge sind beim Vierpol **2 Ersatzquellen** notwendig.

Bei Verstärkervierpolen ist nebenstehende Form verbreitet.

- u_r berücksichtigt die bei kurzgeschlossenem Eingang des V.P. wirksamen Rauschanteile.
- i_r berücksichtigt die bei leerlaufendem Eingang des V.P. wirksamen Rauschanteile.
- Die Rauschquellen sollen keine Korrelation aufweisen!

u_r und i_r werden aus Datenblattangaben und der zu berücksichtigenden Rauschbandbreite ermittelt. (Siehe weiter unten).

Meist interessiert die auf den Eingang des als rauschfrei anzusehenden Verstärkers bezogene Rauschspannung(sdichte). ----> **äquivalente Rauschspannung(sdichte)**.

Damit ist ein Vergleich unterschiedlicher Verstärker bezüglich ihres Rauschverhaltens möglich.

Die **gesamte** am Eingang eines rauschfreien Verstärkervierpols stehende **äquivalente Rauschspannungsdichte** wird gem. Abb. O 53 :

$$u_{rE}^2 = u_{rg}^2 + u_{r+}^2 + (i_r R_g)^2 \quad \text{in } [V^2/Hz] \quad (\text{OR } 6)$$

2.1. Ermittlung der Rauschersatzgrößen beim Operationsverstärker

Üblicherweise werden für O.P. in den Datenblättern die Dichteverteilung für u_r und i_r angegeben. Sie liefern nur den Effektivwert für eine "Bandbreite" von 1 Hz.

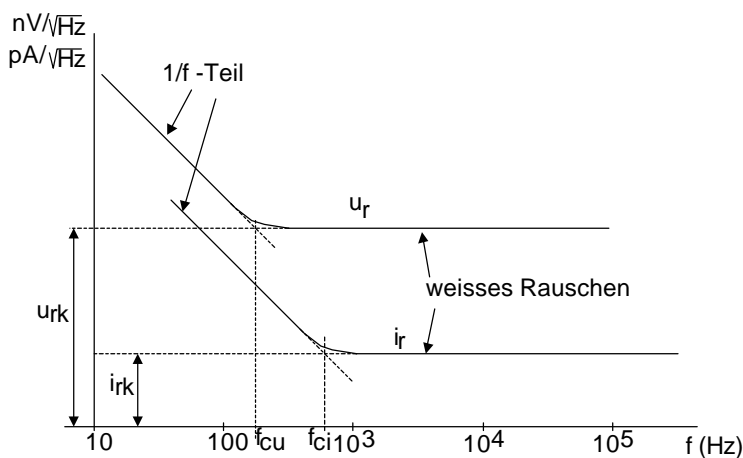


Abb. O 54: Rauschdichteverteilung beim O.P.

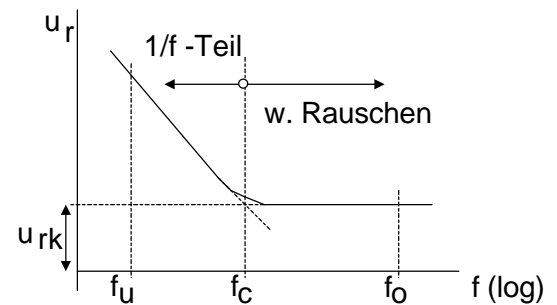


Abb. O 55: Zur Integration der Dichten

Um den **Gesamt-Effektivwert** zu erhalten, muß die Dichte über das interessierende Frequenzband aufsummiert werden.

Allgemein gilt: $\bar{u}_r^2 = \int_{\Delta f} u_r^2 df$; $\bar{i}_r^2 = \int_{\Delta f} i_r^2 df$ (OR 7a,b)

Vereinfachte Berechnung am Beispiel der Rauschspannung:

a) Bereich des weißen Rauschens: $f \geq f_c$:

$$\bar{u}_{rW}^2 = u_{rk}^2 \Delta f = u_{rk}^2 (f_o - f_c) \quad (\text{OR } 8a)$$

$$\bar{i}_{rW}^2 = i_{rk}^2 \Delta f = i_{rk}^2 (f_o - f_c) \quad (\text{OR } 8b)$$

b) Bereich des 1/f-Rauschens: $f \leq f_c$:

$$u_{r(f)}^2 = k \frac{1}{f} \quad \text{in Gln. (OR8) liefert: } \bar{u}_{r(f)}^2 = k \int_{f_u}^{f_c} \frac{1}{f} df = k \ln\left(\frac{f_c}{f_u}\right)$$

$$\text{mit } k = f_c u_{rk}^2 \quad \text{wird: } \bar{u}_{r(f)}^2 = u_{rk}^2 f_c \ln\left(\frac{f_c}{f_u}\right) \quad (\text{OR } 9)$$

Insgesamt erhält man für die **effektive Rauschspannung** im Frequenzbereich von $f_u \dots f_o$:

$$\bar{u}_{r|}^2 = \bar{u}_{rW}^2 + \bar{u}_{rff}^2 \quad \text{bzw.:} \quad \bar{u}_{r|} = \left[\bar{u}_{rW}^2 + \bar{u}_{rff}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = u_{rk} \left[(f_o - f_{cU}) + f_{cU} \ln \left(\frac{f_{cU}}{f_u} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{OR 10a})$$

$$\text{und für Rauschströme:} \quad \bar{i}_{r|} = \left[\bar{i}_{rW}^2 + \bar{i}_{rff}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = i_{rk} \left[(f_o - f_{cI}) + f_{cI} \ln \left(\frac{f_{cI}}{f_u} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{OR 10b})$$

.3 Für einen O.P. mit Gegenkopplung (als Beispiel Invertierer)

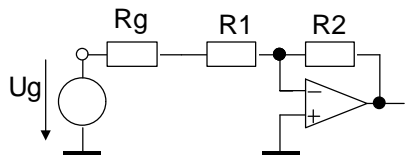


Abb. O 56: Rauschender Invertierer

Alle Elemente rauschbehaftet. Das Rauschen des Generators wird durch den rauschenden R_g nachgebildet.

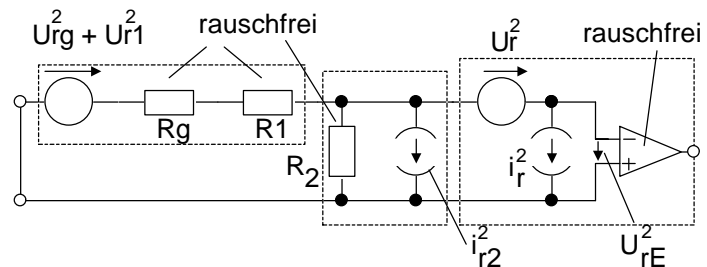


Abb. O 57: Rauschersatzschaltung des Invertierers

Die äquivalente Rauschspannungsdichte für einen als Invertierer gegengekoppelten O.P. wird damit:

$$u_{rE}^2 = u_r^2 + u_{rg}^2 + u_{r1}^2 + (i_r^2 + i_{r2}^2) [(R_g + R_1) || R_2]^2 \quad (\text{OR 11})$$

u_r, i_r = Rauschspannungs- und Rauschstromdichte des O.P.

u_{rg} = Rauschanteil von R_g

u_{r1} = Rauschanteil von R_1

i_{r2} = Rauschanteil von R_2

O.3.7.4 Ermittlung des Rauschens am Ausgang

- **Ohne** Gegenkopplung wird die äquivalente Rauschspannung am Eingang mit der frequenzabhängigen Leerlaufverstärkung $A(p)$ verstärkt.
- **Mit** Gegenkopplung liegt die äquivalente Rauschspannungsquelle innerhalb der Gegenkopplungs-Schleife. Wie in Kap. O.3.2.2 wird die effektive Rauschquelle \bar{u}_{rE} in den pos. Eingangszweig des O.P. verschoben und nichtinvertierend verstärkt. Somit wird die effektive Ausgangsrauschspannung

$$\bar{u}_{rA} = \bar{u}_{rE} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right).$$

- Der Ausdruck $(1 + R_2 / R_1)$ wird häufig als "Rauschverstärkung (noise gain)" bezeichnet.

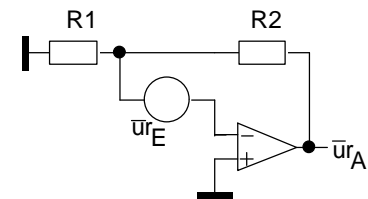


Abb.58: Noise gain

(OR12)

O.3.7.5 Rauschanpassung

Da die Rauschanpassung im Zusammenhang mit O.P. -Anwendungen keine praktische Bedeutung hat, wird sie hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

Die Differentiation der erweiterten Gln. (OR4) liefert minimale Rauschzahl F für:

$$R_g = R_{gopt} = \frac{U_r}{I_r} \quad (\text{OR } 13)$$

- Beachte: Rauschanpassung bedeutet kleinstes Rauschmaß des beteiligten Verstärkervierpols aber nicht unbedingt geringstes Rauschen der gesamten **Schaltung**. Grund: Mit R_g wird auch das SRV beeinflusst.
- Rauschanpassung nie mit reellen Widerständen vornehmen, sondern mit Blindwiderständen, Leistungstransformation oder Übertrager.

O.3.7.6 Effektive Rauschbandbreite

Bei einer Tiefpaßcharakteristik eines Verstärkers werden die Rauschanteile oberhalb der 3-dB-Grenzfrequenz nicht abrupt abgeschnitten. Um mit umstehenden Beziehungen rechnen zu können, kann eine "**effektive Bandbreite**" mit unendlich steiler Bandbegrenzung angegeben werden.

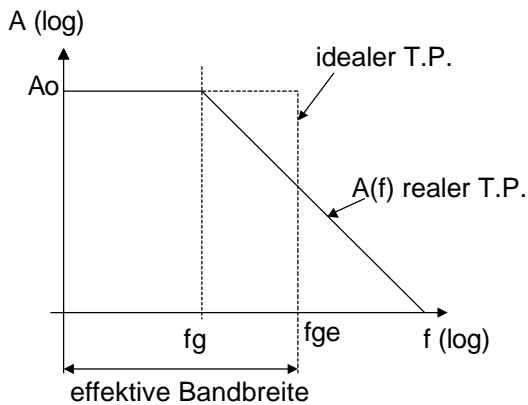


Abb. O 59: Äquivalente Rauschbandbreite

- Die effektive (äquivalente) Rauschbandbreite ist die Bandbreite eines idealen Tiefpasses, der bei Aussteuerung mit weißem Rauschen den gleichen quadratischen Mittelwert der Ausgangsrauschspannung liefert wie das reale System. Aus obiger Definition ergibt sich, daß die Fläche $A_0^2 f_{ge}$ des idealen Systems gleich der Fläche unter $A(f)$ des realen Systems sein muß:

$$f_{ge} |A_0|^2 = \int_0^{\infty} |A(f)|^2 df \quad \text{mit } A(f) = \frac{A_0}{1+j\Omega} \quad \text{entsteht:}$$

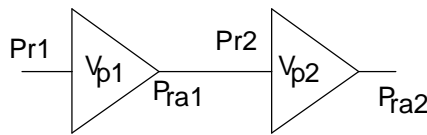
$$f_{ge} = \int_0^{\infty} \left(\frac{A_0^2}{1+\Omega^2} f_g \right) d\Omega \quad \text{mit } f = \Omega f_g \quad (\text{OR } 14)$$

$$\text{nach Integration: } f_{ge} = f_g \arctan \Omega \Big|_0^{\infty} = f_g \frac{\pi}{2} \quad (\text{OR } 14a)$$

$$\text{Für Tiefpaßcharakteristik 1. Ordnung: } f_{ge} = 1,57 f_g \quad (\text{OR } 15a)$$

$$\text{Für Tiefpaßcharakteristik 2. Ordnung: } f_{ge} = 1,11 f_g \quad (\text{OR } 15b)$$

O.3.7.7 Rauschen mehrstufiger Verstärker



Erläuterung am Beispiel eines 2-stufigen Verstärkers:

P_{r1} und P_{r2} sind die auf den Eingang der jeweiligen Verstärkerstufen bezogenen äquivalenten Rauschleistungen bei rauschfreien Verstärkervierpolen. Am Ausgang entsteht die Rauschleistung:

$$P_{ra2} = (P_{ra1} + P_{r2}) V_{p2} = (P_{r1} V_{p1} + P_{r2}) V_{p2} \quad (\text{OR 16})$$

Die auf den Eingang der 1. Verstärkerstufe bezogene **Gesamtrauschleistung** wird:

$$P_{räq} = \frac{P_{ra2}}{V_{pges}} = \frac{(P_{r1} V_{p1} + P_{r2}) V_{p2}}{V_{p1} V_{p2}} = P_{r1} + \frac{P_{r2}}{V_{p1}} + \dots \frac{P_{r3}}{V_{p1} V_{p2}} \dots \quad (\text{OR 17})$$

d.h.: Die Rauschleistung der 2. Stufe tritt nur mehr um den Faktor V_{p1} verringert in Erscheinung.

- Das Gesamtrauschverhalten wird bei ausreichendem V_{p1} vom Rauschen der 1. Verstärkerstufe bestimmt!

Das gleiche Verhalten läßt sich auch durch die **zusätzliche Rauschzahl** ausdrücken:

$$F_{zges} = F_{z1} + \frac{F_{z2}}{V_{p1}} \dots + \frac{F_{z3}}{V_{p1} V_{p2}} \dots \quad (\text{OR 18})$$

oder durch die **Gesamtrauschzahl**:

$$F_{ges} = 1 + F_{z1} + \frac{F_{z2}}{V_{p1}} \dots + \frac{F_{z3}}{V_{p1} V_{p2}} \dots \quad (\text{OR 19})$$

O.3.7.8 Grundregeln zur Minimierung des Rauschens

- Operationsverstärker mit niedrigem u_{rk} , i_{rk} sowie niedriger $1/f$ -Eckfrequenz verwenden.
- Bandbreite der Schaltung auf das notwendige Maß beschränken.
- Beschaltung niederohmig ausführen. Auf rauscharme Widerstände achten.

O.5 Ausgewählte Schaltungen mit O.P.

O.5.1 Der Integrator

O.5.1.1 Zeitverhalten des Integrators

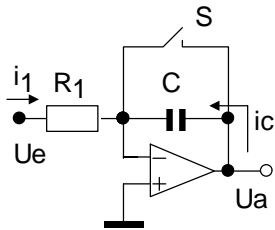


Abb. O61: Integrator (invertierend) mit O.P.

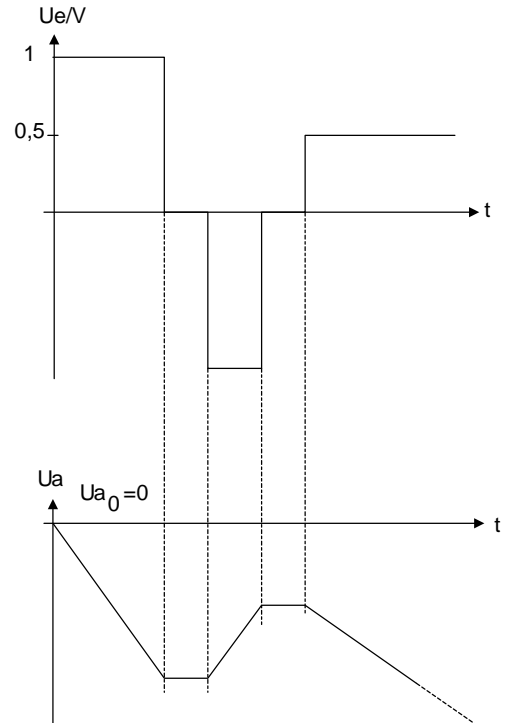
$$i_C = C \frac{dU_a}{dt}; \quad i_1 = \frac{U_e}{R_1}; \quad i_1 = -i_C$$

$$C \frac{dU_a}{dt} = -\frac{U_e}{R_1}$$

$$U_a = \frac{-1}{R_1 C} \int_0^t U_e dt + U_{a0}$$

U_{a0} ist der Anfangswert der Integration = Spannung an C.
Meist beginnen Integrationen bei 0V, dann muß der Integrationskondensator C vollständig entladen sein. z.B. durch Schließen des Schalters S in Abb. O61.

- U_a ist proportional zur Spannungs-Zeit-Fläche von U_e .



(OS1)

Abb. O62: Beispiel zum Integrator

O.5.1.2 Integrationsfehler durch Eingangsfehlergrößen

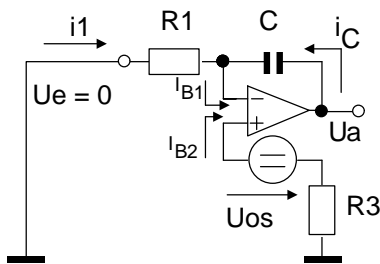


Abb. O63: Zur Ermittlung des

$$i_1 = \frac{I_{B2} R_3 - U_{os}}{R_1}; \quad i_C = C \frac{dU_a}{dt}; \quad i_1 + i_C = I_{B1}$$

$$\frac{dU_a}{dt} = \frac{1}{C} \left(I_{B1} + \frac{U_{os}}{R_1} - I_{B2} \frac{R_3}{R_1} \right) \quad (OS2)$$

Für $R_3 = 0$ und $I_{B1} \approx I_B$ entsteht:

$$\frac{dU_a}{dt} = \frac{1}{C} \left(I_B + \frac{U_{os}}{R_1} \right) \quad (OS3)$$

- Die Eingangsfehlergrößen bewirken auch bei $U_e = 0$ ein Hochlaufen von U_a .

Für eine Eingangsstromkompensation (Input-Bias-Comp.) mit $R_3 = R_1$ ergibt sich:

$$\frac{dU_a}{dt} = \frac{1}{C} \left(\frac{U_{os}}{R_1} + (I_{B1} - I_{B2}) \right) = \frac{1}{C} \left(\frac{U_{os}}{R_1} + I_{os} \right) \quad (OS4)$$

- Um den Integrationsfehler klein zu halten, müssen Integratoren eine gute Offsetkompensation erhalten und biaskompensiert sein.

- In einfachen Fällen kann pll. zu C ein hochohmiger Widerstand R2 gelegt werden, der die Ausgangsoffset-Spannung auf einen Wert gemäß Gln. (OP33, 34) begrenzt.

O.5.1.3 Frequenzverhalten

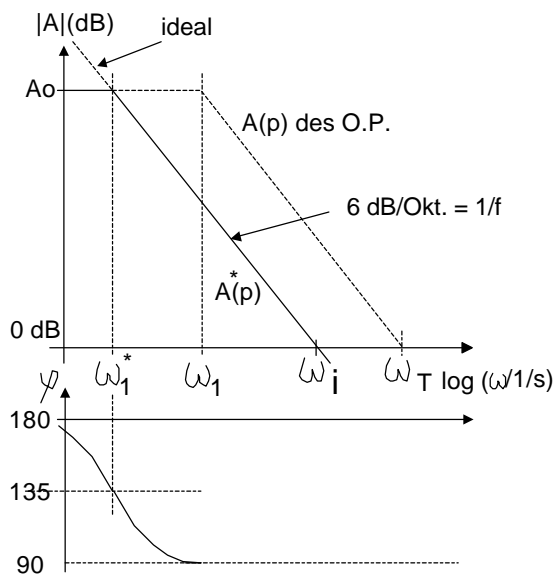


Abb. O64: Frequenzgang des Integrators

$$A^*(p) = \frac{U_a}{U_e} = - \frac{1}{R_1} = - \frac{1}{j\omega R_1 C} = j \frac{1}{\omega R_1 C} = - \frac{1}{pT_i} \quad (\text{OS5})$$

Aus der Schnittfrequenz bei 0dB ist zu entnehmen:

$$|A^*(p)| = 1 \rightarrow \omega_i R_1 C = 1; \text{ bzw. } \omega_i = \frac{1}{R_1 C} \quad (\text{OS6})$$

$$T_i = R_1 C = \frac{1}{\omega_i} \text{ (Zeitkonstante!)}$$

Integrationsfehler durch Tiepaß-begrenzten Frequenzgang:

Der ansteigende Frequenzgang des Integrators wird durch die endliche Leerlaufverstärkung A_0 nach unten begrenzt. Es ergibt sich die Charakteristik eines TP 1. Ordnung mit der Grenzfrequenz ω_1^* .

Ein Integrator soll eine Phasendrehung von konstant -90° aufweisen. (Wegen Inversion durch den O.P. ergeben sich gemäß Gln. (OS 5) $+ 90^\circ$). Die Schaltung kann deshalb erst deutlich oberhalb von ω_1^* , wenn die Phase nur mehr wenig von 90° abweicht,

als Integrator angesehen werden. Bei $\omega > 10 \omega_1^*$ wird der Phasenfehler $< 5^\circ$.

O.5.2 Der Differentiator (Differenzierer)

O.5.2.1 Zeitverhalten des Differentiators

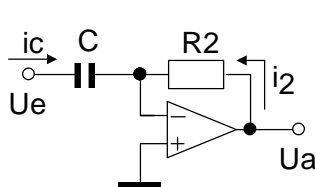


Abb. O65: Einfacher Differentiator

$$i_C = C \frac{dU_e}{dt}; \quad i_2 = \frac{U_a}{R_2}$$

$$U_a = - R_2 C \frac{dU_e}{dt} \quad (\text{OS7})$$

- U_a ist proportional zur zeitlichen Änderung von U_e

Eingangsfehler machen sich kaum bemerkbar, da der O.P. über R_2 gleichstrommäßig voll gegengekoppelt ist.

O.5.2.2 Frequenzverhalten des Differentiators

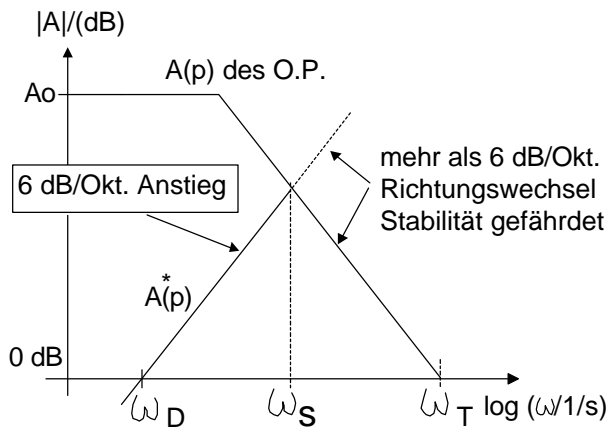


Abb. O66: Frequenzgang des einfachen Differentiators

Die Wechselstromanalyse gemäß Abb. O65 ergibt:

$$A^*(p) = \frac{U_a}{U_e} = -pCR_2 = -j\omega CR_2 = -pT_D \quad (OS8)$$

Aus der Schnittfrequenz bei 0 dB ist abzuleiten:

$$|-j\omega_D CR_2| = 1; \rightarrow \omega_D = \frac{1}{R_2 C} = \frac{1}{T_D} \quad (OS9)$$

$$T_D = R_2 C \text{ (Zeitkonstante!)}$$

Diese einfache Schaltung neigt zu dynamischer Instabilität. Zusammen mit dem Frequenzgang des O.P. weist der Differentiator die Charakteristik einer Schaltung 2. Ordnung mit einer Güte $Q > 0,5$ auf. (Resonanzkreis, periodischer Fall)

Durch Einfügen eines Widerstands R_1 entsteht eine praktisch brauchbare Differentiatorschaltung. (Abb. O67)

O.5.2.3 Kompensierter Differentiator

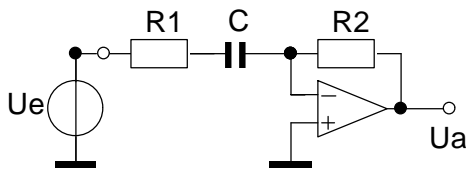


Abb. O67: Kompensierter Differentiator

$$T_D = \frac{1}{\omega_D} = R_2 C; \quad T_T = \frac{1}{2\pi f_T} \quad (OS10)$$

(f_T = Transitfrequenz des O.P.)

Gemäß der Analyse im Anhang zu diesem Kapitel (Seite O58) ergeben sich die Beziehungen für:

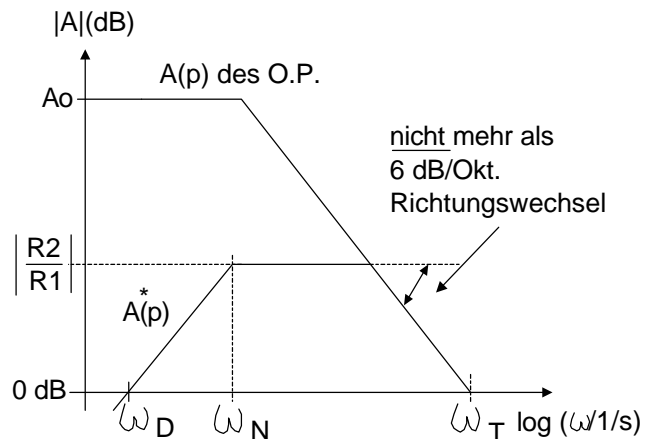


Abb. O68: F-Gang des kompensierten Differentiators

Resonanzfrequenz:

$$\omega_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{T_T T_D} \quad (OS11)$$

(Pol)-Güte:

$$Q = \frac{T_0}{T_T} = \frac{T_D}{T_0} = \frac{\alpha T_D \theta^{\frac{1}{2}}}{\xi T_T \theta} = \frac{\alpha \omega_T \theta^{\frac{1}{2}}}{\xi \omega_D \theta} \quad \text{wenn } R_1 = 0 \quad (OS12)$$

Dämpfungswiderstand für aperiodischen Grenzfall (a) bzw. für Dämpfung $\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) :

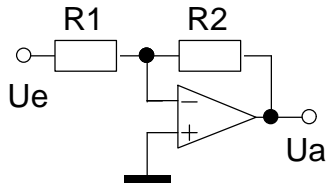
$$(a) \quad R_1 = \frac{2T_0 - T_T}{C} \quad \text{bzw.} \quad (b) \quad R_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot T_0 - T_T}{C} \quad (OS13)$$

- Funktion als Differentiator nur deutlich **unterhalb** von ω_N ($\geq 0,1\omega_N$) (s. Abb O68).

O.5.3 Sammlung häufig verwendeter Standardschaltungen (nur Auswahl!)

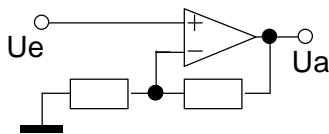
A. Verstärker-Schaltungen

A.1 Invertierer



$$U_a = - U_e \frac{R_2}{R_1}$$

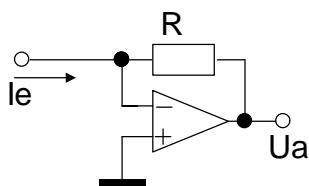
A.2 Nichtinvertierer



$$U_a = U_e \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

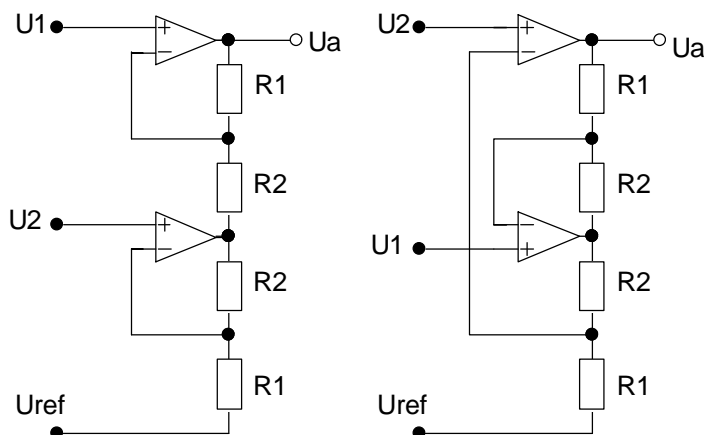
Sonderfall Spannungsfolger: $R_2 = 0$, $R_1 = \infty$
 $U_a = U_e$

A.3 Strom-Spannungswandler



$$U_a = - I_e R$$

A.4 Instrumenten-Verstärker mit 2 O.P.

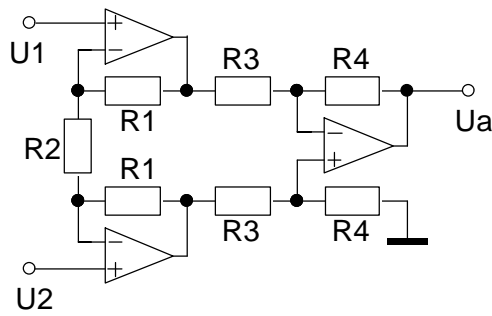


Für beide Schaltungsvarianten gültige Beziehung:

$$U_a = U_{ref} + \frac{R_1 + R_2}{R_2} (U_1 - U_2)$$

Für gute Gleichtaktunterdrückung müssen gleichnamige Widerstände hochgenau gleich sein!

A.5 Instrumentenverstärker mit 3 O.P.



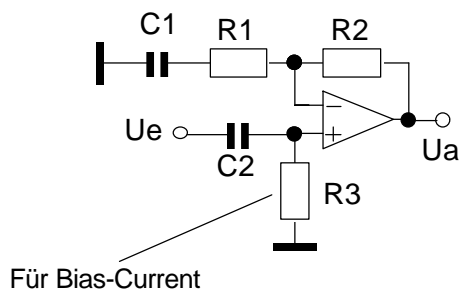
$$U_a = (U_2 - U_1) \frac{2 R_1 + R_2}{R_2} \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

Gleichnamige Widerstände müssen hochgenau übereinstimmen.

Verstärkung wird mit R2 eingestellt

Schaltung liefert hohe Eingangswiderstände und hohe Gleichtaktunterdrückung

A.6 Wechselspannungsverstärker



Volle Gleichstromgegenkopplung über R2 ----> geringer Ausgangsoffset.

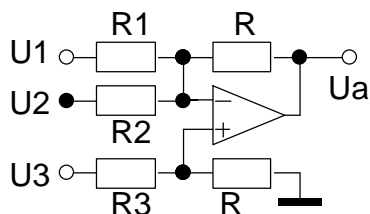
Wechselspannungsverstärkung mit R1, R2 einzustellen:

$$A^* = \frac{U_a}{U_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

mit Polstelle bei $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$ und $\omega_2 = \frac{1}{R_3 C_2}$

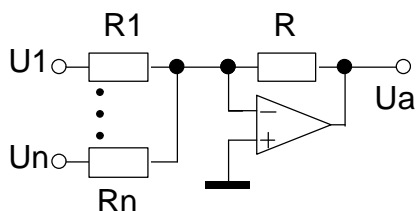
B. Analog-Rechner-Schaltungen

B.1 Subtrahier-Summier-Verstärker



$$U_a = - U_1 \frac{R}{R_1} - U_2 \frac{R}{R_2} + U_3 \frac{R}{R_3} \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} + 1 \frac{0}{0}$$

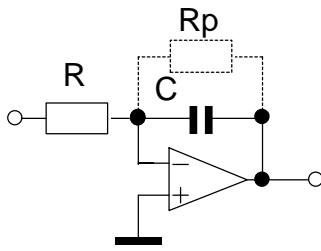
B.2 Summier-Verstärker



$$U_a = - R \cdot \frac{U_1}{R_1} + \dots + \frac{U_n}{R_n}$$

Zur rückwirkungsfreien Addition unterschiedlich gewichteter Spannungen

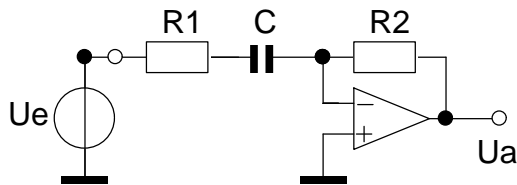
B.3 Integrator



$$U_a = -\frac{1}{R_1 C} \int_0^t U_e dt + U_{a0}$$

Mit R_p kann der statische Ausgangsoffset begrenzt werden. Integrator dann erst bei Frequenzen $f > 10 \cdot \frac{1}{2\pi R_p C}$ einsetzbar.

B.4 Differentiator



$$A^*(p) = -pT_D \cdot \frac{1}{1+pT_1}$$

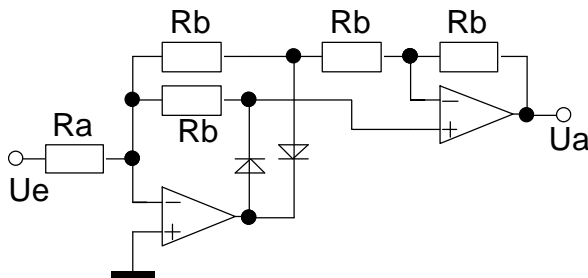
$$T_D = CR_2; \quad T_1 = CR_1; \quad T_T = \frac{1}{2\pi f_T}$$

$$R_1 = \frac{2 \cdot \ddot{T}_T \cdot T_D - T_T}{C} \text{ für aperiodische Dämpfung}$$

Schaltung nur für Frequenzen $f < 0,1 \frac{1}{2\pi T_1}$ als Differenzierer einsetzbar

C. Nichtlineare Anwendungen

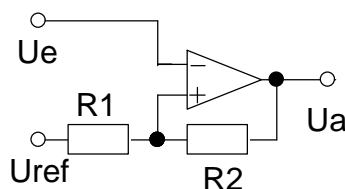
C.1 Präzisionsgleichrichter



$$U_a = |U_e| \cdot \frac{R_b}{R_a}$$

Die Nichtlinearität der Diodenkennlinie wird durch starke Gegenkopplung erheblich verringert.

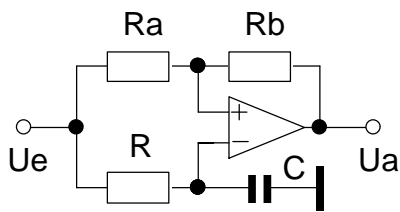
C.2 Schmitt-Trigger



Schaltsschwellen:

$$U_{eS} = (\pm U_{amax} - U_{ref}) \frac{R_1}{R_1 + R_2} + U_{ref}$$

C.3 Delta-Komparator

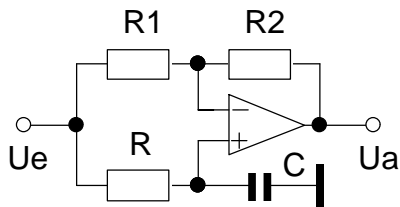


Ausgang schaltet bei Änderungen von U_e und bleibt im neuen Schaltzustand bis zu einer weiteren Änderung. R_a und R_b bewirken eine Mitkopplung und beeinflussen die Hysterese.

Die Spannung an C kann als "schwimmende" Referenzspannung aufgefaßt werden

D. Filterschaltungen

D.1 Allpaß 1. Ordnung

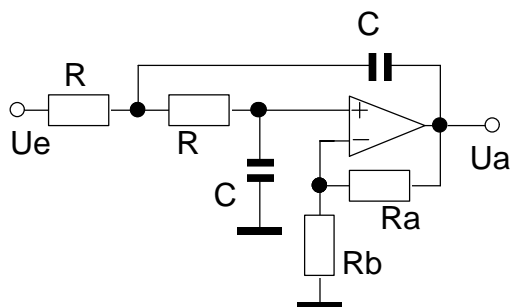


$$|\hat{A}^*| = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{Amplitudengang frequenzunabhängig}$$

$$j = -2 \arctan(2pfRC)$$

als Phasenschieber verwendet

D.2 Tiefpaß 2. Ordnung



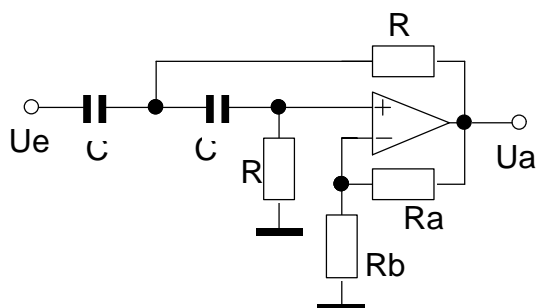
sog. Sallen-Key-Schaltung (Einfachmitkopplung)

$$A(p) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{A_0}{1 + aP + bP^2}; \quad P = j\Omega = j \frac{\omega}{\omega_g}$$

A_0 = Verst. des TP bei tiefen Frequenzen

Bemessung der Elemente nach Koeffizienten-Tabellen

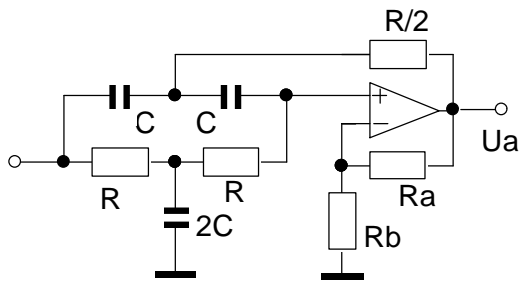
D.3 Hochpaß 2. Ordnung



$$A(p) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{A_\infty}{1 + \frac{a}{P} + \frac{b}{P^2}}; \quad P = j\Omega = j \frac{\omega}{\omega_g}$$

A_∞ = Verst. des HP bei sehr hohen Frequenzen

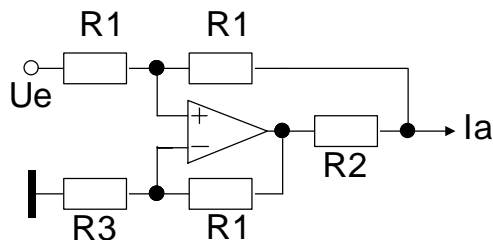
D.3 Aktives Doppel-T-Sperrfilter



Das Filter sperrt die Frequenz $\omega_s = \frac{1}{RC}$

E. Stabilisierungsschaltungen

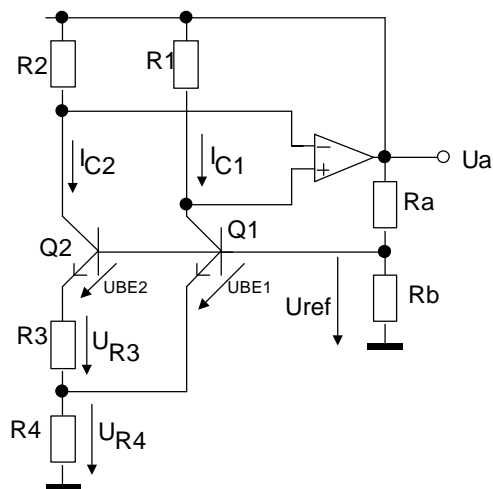
E.1 Präzisions-Stromquelle



$$I_a = U_e \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

Um hohen Ausgangswiderstand zu erhalten, muß Abgleichbedingung erfüllt sein: $R_3 = \frac{R_1^2}{R_1 + R_2}$

E.2 Spannungsreferenzquelle



$$U_a = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_{g0} + n U_{T0}$$

mit $U_{g0} =$ Bandabstandspannung 1,205V

O.6 Der stromrückgekoppelte O.P. (Transimpedanzverstärker)

Beim herkömmlichen O.P. (spannungsgesteuerte Spannungsquelle) ist die Bandbreite über das konstante Verstärkungs-Bandbreitenprodukt mit der durch die Gegenkopplung eingestellten Verstärkung verknüpft. Diese Einschränkung ist beim Transimpedanzverstärker nicht gegeben.

- **Andere Bezeichnung:** Stromrückgekoppelter O.P (current-feedback-amplifier = CFA)

O.6.1 Prinzipschaltung:

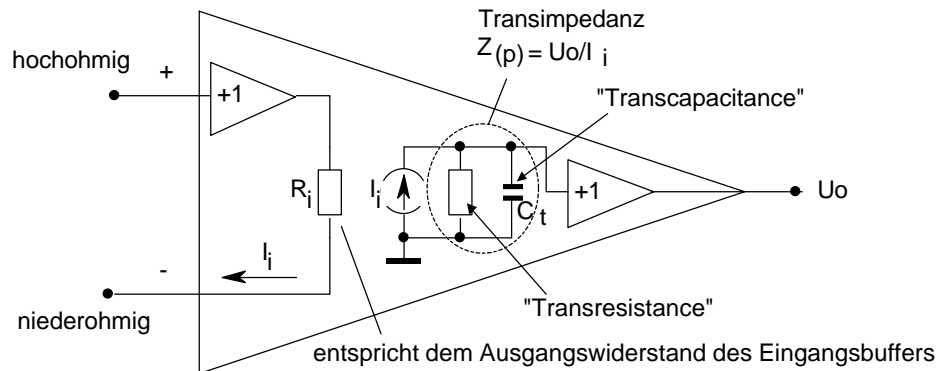


Abb. O69: Prinzip des stromrückgekoppelten O.P. (CFA) mit einer Polstelle der Übertragungsfunktion.

- Zwischen den Eingängen liegt ein Spannungsfollower. Der **(+) -Eingang** des CFA ist damit sehr **hochohmig**, der **(-) -Eingang** sehr **niederohmig**. (typisch 20...40 Ohm).
- Beide Eingänge liegen auf gleichem Potential. Der Strom in den (-) -Eingang ist im Gegensatz zu herkömmlichen O.P. nicht Null !
- Verstärkt wird der Strom, der über den (-) -Eingang fließt.

Die **Übertragungsfunktion** lautet: $Z(p) = \frac{U_o}{I_i}$, und hat die **Dimension einer Impedanz** (OT 1)

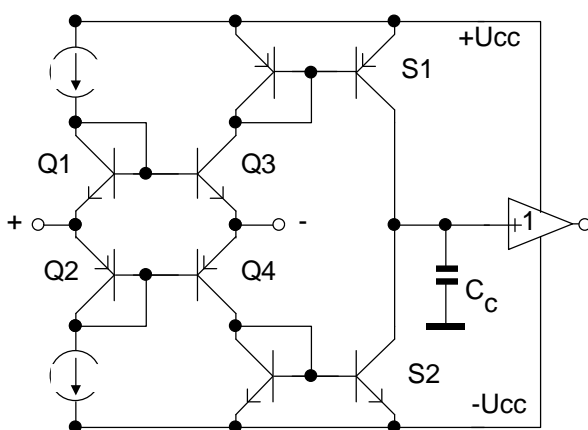


Abb. O70: Vereinfachte Innenschaltung eines CFA

Die Eingangsstufe eines CFA stellt im Prinzip einen komplementären "Endverstärker" dar, wie in SC, Kap. L.5.1 beschrieben. Die als Dioden geschalteten Transistoren Q₁ und Q₂ legen den Arbeitspunkt fest.

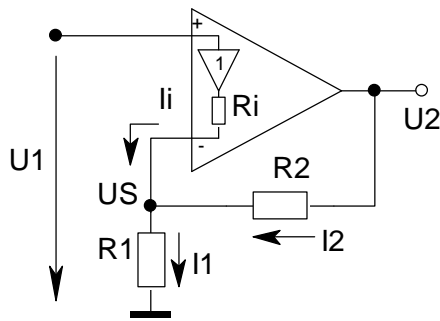
Der (hohe) Eingangswiderstand am (+) -Eingang resultiert aus den Innenwiderständen der Stromquellen und den Eingangswiderständen der als Emitterfolger arbeitenden Transistoren Q₃ und Q₄.

Die Stromspiegel S₁ und S₂ wandeln die Stromdifferenz in Spannungsschwankungen um und bestimmen damit die Größe des Z(p).

Die rel. hohen Ströme (mA-Bereich) der Buffertransistoren Q₃, Q₄ laden die Transimpedanz-Kapazität C_t schnell auf, woraus die typisch **hohe Slewrates von CFA's** resultiert.

- **Man beachte:** Die niedrige Impedanz am invertierenden Eingang ist lokal durch den Aufbau des CFA erzeugt und **nicht durch eine äußere Gegenkopplung**. Dies ist ein deutlicher Unterschied zum "virtuellen Kurzschluß" beim gegengekoppelten herkömmlichen O.P.

O.6.2 Nichtinvertierer mit Transimpedanzverstärker



Wegen R_i wirkt am Summenpunkt: $U_S = U_1 - I_i R_i$ und es wird:

$$I_1 = \frac{U_1 - I_i R_i}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_2 - U_1 + I_i R_i}{R_2}; \quad I_i = I_1 - I_2 = \frac{U_2}{Z(p)} \quad (\text{OT2ff})$$

$$\frac{U_2}{Z(p)} = \frac{U_1 - \frac{U_2}{Z(p)} R_i}{R_1} - \frac{U_2 - U_1 + \frac{U_2}{Z(p)} R_i}{R_2}$$

Abb. O71: Nichtinvertierer mit Norton-O.P.

Nach kurzer Rechnung entsteht:

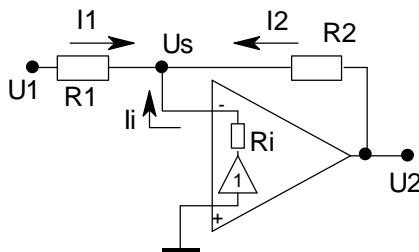
$$A_{(p)}^* = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{R_2 + R_i \frac{R_2}{R_1} + R_i} = \frac{A_{ideal}^*}{1 + \frac{R_i (1 + \frac{R_2}{R_1}) + R_2}{Z(p)}} \quad (\text{OT3})$$

Für verschwindendes R_i ergibt sich näherungsweise:

$$A_{(p)}^* = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{Z(p)}} = \frac{A_{ideal}^*}{1 + \frac{R_2}{Z(p)}} \quad (\text{OT4})$$

A_{ideal}^* ist die Spannungsverstärkung mit Gegenkopplung unter Annahme eines (fast) idealen O.P.

O.6.3 Invertierer mit Transimpedanzverstärker



$$I_1 = \frac{U_1 + I_i R_i}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_2 + I_i R_i}{R_2}; \quad I_i = -(I_1 + I_2)$$

$$U_2 = Z(p) I_i = -Z(p) \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}}{1 + R_i \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

Abb. O72: Invertierer mit Norton-O.P. nach weiterer Rechnung wird:

$$A_{(p)}^* = \frac{U_2}{U_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{R_2 + R_i \frac{R_2}{R_1} + R_i} = \frac{A_{ideal}^*}{1 + \frac{R_i (1 + \frac{R_2}{R_1}) + R_2}{Z(p)}} \quad (\text{OT5})$$

- Der Nennerausdruck und damit die Frequenzabhängigkeit ist die gleiche wie beim Nichtinvertierer mit CFA !

Bei **vernachlässigbar kleinem Ri** ergibt sich für die Spannungsverstärkung des Invertierers vereinfacht:

$$A_{(p)}^* = \frac{U_2}{U_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{Z_{(p)}}} = \frac{A_{ideal}^*}{1 + \frac{R_2}{Z_{(p)}}} \quad (OT6)$$

0.6.4 Vergleich mit konventionellem Operationsverstärker

Zum Vergleich wird für den Invertierer die frequenzabhängig geschriebene Gln. (OP 22) aus Kap. O.3.1.2 herangezogen:

$$A_{(p)}^* = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_{(p)}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{A_{ideal}^*}{1 + \frac{1}{A_{(p)}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (OT7)$$

Während beim konventionellen O.P. (VFA = voltage controlled amplifier) die Bandbreite der Spannungsverstärkung des gegengekoppelten Verstärkers sowohl vom $A_{(p)}$ des O.P. als auch direkt vom Verhältnis $\frac{R_2}{R_1}$ (eingestellte Verstärkung der Stufe) abhängt,

- wird die Bandbreite der Spannungsverstärkung $A_{(p)}^*$ unter Verwendung eines CFA bei verschwindendem R_i nur mehr von R_2 beeinflusst und ist damit **theoretisch unabhängig** von der eingestellten Verstärkung. (Vergleiche Gln. (OT6) und (OT7)).
- In der Praxis ist eine **völlige Unabhängigkeit nicht zu erreichen**. Durch die Existenz eines R_i (typ. Wert 50...100 Ω) ist die Bandbreite von $A_{(p)}^*$ doch etwas vom Verhältnis $\frac{R_2}{R_1}$ abhängig! Vgl. Gln. (OT3) und Gln. (OT5). Für kleine Spannungsverstärkungen überwiegt der Term R_2 und der Einfluß bleibt gering.
- Gleiches gilt auch für den Nichtinvertierer.

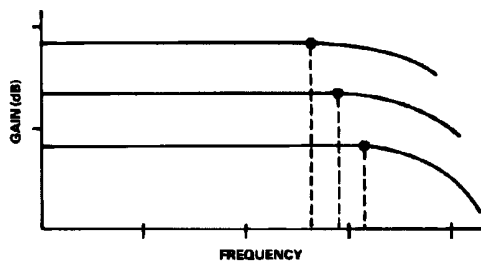


Abb. O73: Grenzfrequenz in Abhängigkeit der Verstärkung

Daten von CFA im Vergleich mit VFA

Architecture	BW@A _{CL}	Slew Rate	SFDR* @ BW for R _L	Noise	V _{OS}	I _S	I _S /Amp	I _{OUT}			
VF	CF	[MHz]	[V/μs]	[dBc]	[MHz]	[Ω]	[nV/√Hz]	[mV max]	[μA max]	[mA typ]	[mA typ]
Low-Cost High Performance											
•		110	140	-75	5	2k	16	10	2.5	4.8	45
•		325	1150	-85 ²	5	1k	7	5	2	6	40
•		400	4000	-70	5	1k	3.5	5	15	1.1	50
•		350	2250	-66	5	1k	2.5	5	15	1.7	125
•		200	500	-64	5	150	3	6	12	3.5	30
•		15	10				9.5	3	600 nA	0.5	30
Fast Current Feedback											
•		600	1200	-66	5	100	2	5.5	25	5	70
•		250	3000	-78	5	1k	1.5	3.5	90	3.5	50
•		1000	5500	-54	100	100	1.9	7	150	14	175
•		140	1000	-80	5	1k	3.5	5	15	4	30
•		400	1200	-78	5	150	2	5	45	6.2	70

*Spurious Free Dynamic Range - Distortion @ Worst Harmonic

Typische Anwendungen von CFA's:

- Pufferverstärker für schnelle A/D-Wandler
- Strom-Spannungs-Wandler für schnelle D/A-Wandler
- Schnelle Treiber auch bei hoher kap. Last
- Sehr schnelle Sample & Hold -Schaltungen
- Videoverstärker mit hoher Bandbreite
- Impulsverstärker
- Aktive Filter in Sallen-Key-Schaltung für höhere Frequenzen

O.6.5. Stabilität beim CFA

O.6.5.1 Rückkopplungswiderstand R_2 und Grenzfrequenz f_g .

Die Transimpedanz eines CFA ist frequenzabhängig und kann mit 2 Polstellen gut beschrieben werden:

$$Z(p) = \frac{Z_0}{(1+pT_1)(1+pT_2)} \quad (\text{OT8})$$

wobei Z_0 die Transimpedanz bei tiefen Frequenzen und $T_1 = \frac{1}{2\pi f_1}$ bzw. $T_2 = \frac{1}{2\pi f_2}$ die Polstellen der Übertragungsfunktion von $Z(p)$ sind.

- In der folgenden Untersuchung wird zur Verein-fachung nur mit der dominanten Polstelle f_1 gerechnet :

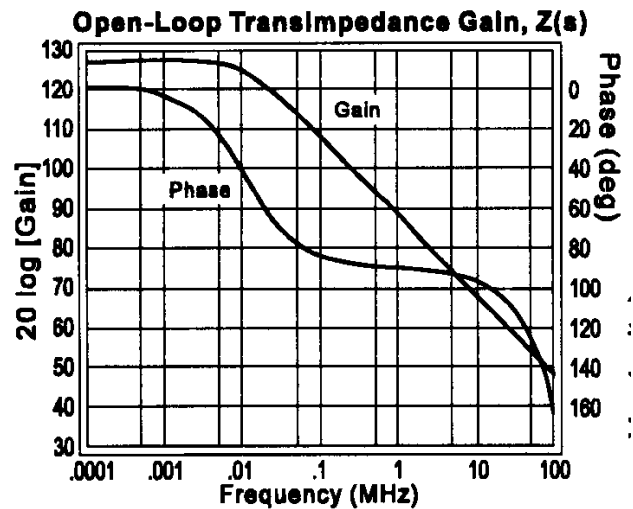


Abb. O74: Übertragungsfunktion der Transimpedanz

$$Z(p) \approx \frac{Z_0}{1+pT_1} = \frac{Z_0}{1+\frac{p}{2\pi f_1}} \quad (\text{OT8a})$$

Setzt man dieses $Z(p)$ in die Gln. (OT3) oder (OT5) ein, erhält man:

$$A^*(p) = \frac{A_{ideal}^*}{1+(1+pT_1) \frac{R_2+R_i(1+R_2/R_1)}{Z_0}} \quad (\text{OT9})$$

$$\text{für } R_2+R_i\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) \ll Z_0 \text{ wird: } A^*(p) \approx \frac{A_{ideal}^*}{1+pT_1 \frac{R_2+R_i\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}{Z_0}} \quad (\text{OT9a})$$

Die 3-dB-Grenzfrequenz eines mit einem R_2 gegengekoppelten CFA beläuft sich auf:

$$f_g = f_1 \frac{Z_0}{R_2+R_i\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (\text{OT10})$$

- Je kleiner R_2 gemacht wird, desto größer ist die Grenzfrequenz f_g des gesamten Verstärkers.
- Wegen einer möglichen Instabilität des Verstärkers sind einer Verkleinerung des R_2 Grenzen gesetzt.
- Hier ist gut zu erkennen, daß bei verschwindendem R_i die Grenzfrequenz von $A^*(p)$ unabhängig vom Verhältnis R_2/R_1 wird.

Zahlenbeispiel: $Z_0 = 2 \cdot 10^6 \Omega$; $R_2 = 470 \Omega$; $f_1 = 10 \text{ kHz}$; $R_i = 40 \Omega$; $R_2/R_1 = 10$:

$$f_g = \frac{2 \cdot 10^6 \Omega \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ Hz}}{470 \Omega + (40 \cdot 11) \Omega} = 22 \text{ MHz !!}$$

Ein herkömmlicher VFA müßte eine Transitfrequenz von 220 MHz haben, um die gleiche Grenzfrequenz als Invertierer mit $A^* = -10$ zu erreichen.

Eine Beispielrechnung verdeutlicht den Zusammenhang von Wahl der Widerstände und Grenzfrequenz:

$$Z_0 = 2 \cdot 10^6 \Omega; f_1 = 10 \text{ kHz}; R_i = 40 \text{ Ohm}$$

A*	R2 (Ohm)	R1 (Ohm)	fg (Mhz)	GBW (MHz)
-1	1k	1k	18,5	18,5
-2	1k	500	17,8	35,6
-5	1k	200	16	80
-10	1k	100	13,9	139
-100	1k	10	4	400
-5	500	100	27	135

- Das **Verstärkungs-Bandbreiten-Produkt** ist im Gegensatz zum herkömmlichen O.P. **nicht konstant!**
- Man beachte, daß obige Formeln **vereinfachend von nur einer Polstelle** der Übertragungsfunktion $Z(p)$ **ausgehen**. Wenn f_g in die Größenordnung der 2. Polstelle kommt, können die Ergebnisse erhebliche Fehler enthalten!

O.6.5.2 Einfluß des R_2 auf die Stabilität

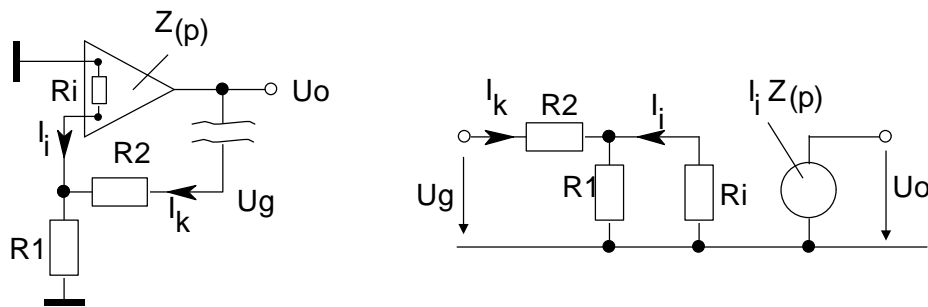


Abb. O75: Zur Berechnung der Schleifenverstärkung

Zur Untersuchung der Stabilität wird die Schleifenverstärkung $k_A =$ (hier) $k(p) Z(p)$ ermittelt.

- Die Stabilitätsgrenze ist erreicht, wenn $k(p) \cdot Z(p) = 1$. Der Verstärker ist stabil, solange die zusätzliche Phasendrehung kleiner -180° bleibt, wenn der Betrag der Schleifenverstärkung $|k(p) Z(p)| = 1$ wird.

Ermittlung der Schleifenverstärkung:

$$-i_i = i_k \frac{R_1}{R_1 + R_i}; \quad i_k = \frac{U_g}{R_2 + (R_1 // R_i)}; \quad U_o = i_i Z(p) \quad (\text{OT11})$$

$$k(p) \cdot Z(p) = \frac{U_o}{U_g} = \frac{Z(p) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_i}}{R_2 + (R_1 // R_i)} \quad \text{und nach Rechnung} \quad (\text{OT12})$$

$$k(p) \cdot Z(p) = \frac{Z(p)}{R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2} = \frac{\text{Transimpedanz des Verstärkers}}{\text{Rückkopplungstransimpedanz}} \quad (\text{OT13})$$

$$\text{Rückkopplungs-Transimpedanz} = \frac{1}{k(p)} = R_2 + R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (\text{OT13a})$$

$\approx R_2$, wenn R_i vernachlässigt werden kann.

Mit der Übertragungsfunktion des CFA $Z(p) = \frac{Z_0}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$ stellt sich der Sachverhalt wie folgt im Bodediagramm dar:

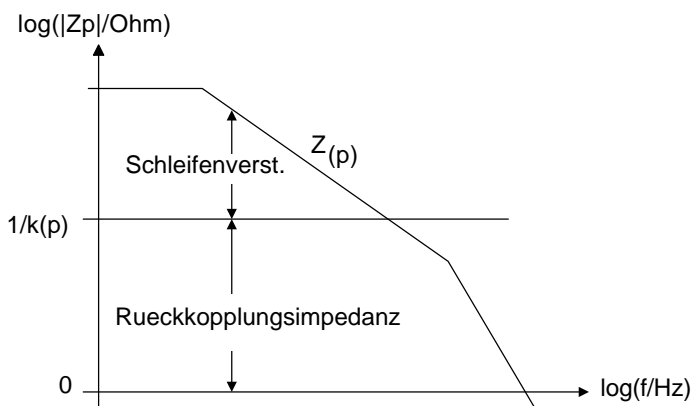


Abb. O76: Gegenkopplung beim CFA

- Eine kleiner werdende Rückkopplungstransimpedanz (Nenner in Gln. OT13) rückt den Schnittpunkt mit $Z(p)$ näher an die 2. Polstelle.
- Wenn die 2. Ecke erreicht ist, bleibt ein Phasenrand von 45° , der in den meisten Fällen ausreicht.
- **Stabilität und Bandbreite sind gegenläufige Forderungen.**
- Die Übertragungsfunktion $Z(p)$ ist dem Anwender nicht immer bekannt, zudem sind die Formeln nur begrenzt gültig. Die Hersteller empfehlen deshalb für beste Ergebnisse optimale Werte für R_2 je nach Anwendungsfall.

Zusammenfassung und Vergleich mit VFA (herkömmlicher O.P.).

- Beim VFA ist die durch Gegenkopplung aus der nicht gegengekoppelten Verstärkergröße $A(p)$ entstehende Verstärkergröße $A^*(p)$ zugleich auch die äußere Spannungsverstärkung $\frac{U_2}{U_1}$ der gegengekoppelten Schaltung.
- Beim CFA ist die durch GK aus der nicht gegengekoppelten Verstärkergröße $Z(p)$ entstehende neue Verstärkergröße $Z^*(p)$ wieder eine Transimpedanz und **nicht** die äußere Spannungsverstärkung der Schaltung. Eine Spannungsverstärkung erfolgt erst durch Anschalten eines Spannungs-Strom-Wandlers in Form des Widerstands R_1 .
- Für die Rückkopplungsschleife gelten die gleichen Gesetzmäßigkeiten wie beim VFA. (Verstärkungs-Bandbreiten-Produkt, Polstellen, Stabilität...).

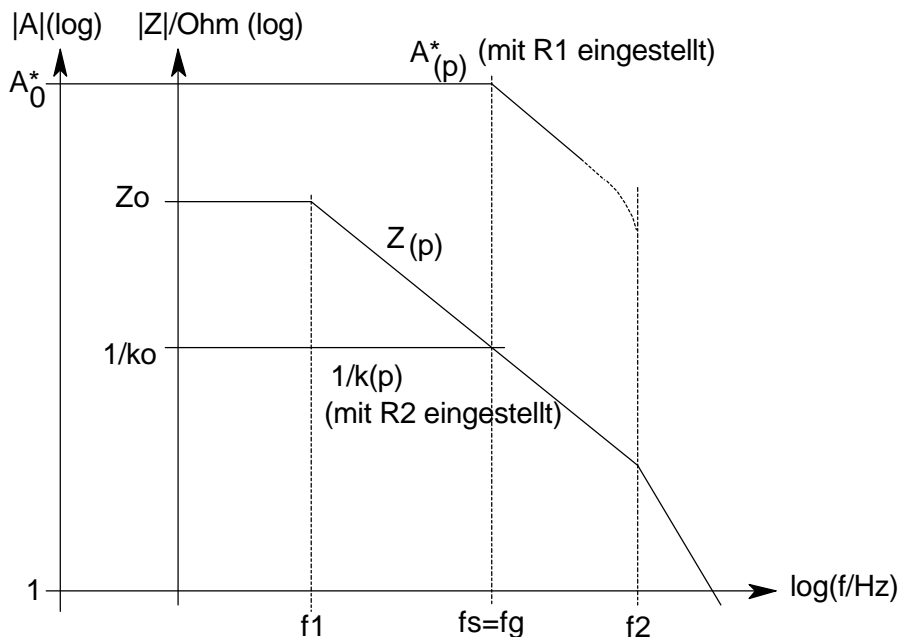


Abb. O77: Transimpedanz und Spannungsverstärkung

- Die Schnittfrequenz f_s von $1/k$ mit $Z(p)$ ist näherungsweise auch die 3-dB-Grenzfrequenz der Spannungsverstärkung $A^*(p)$.
- Im Fall einer reellen GK mit R_2 und vernachlässigbarem R_i sind $1/k$ und damit auch f_g unabhängig von R_1 .
- Gemäß Gln. (OT13a) hängt $1/k(p)$ bei Vorhandensein eines R_i etwas von R_1 ab.
- Je näher f_s an f_2 rückt, desto mehr weicht f_g vom Wert aus Gln. (OT10) ab, da bei f_2 eine Polstelle 2. Grades erreicht wird.

0.6.5.3 Kapazität im Rückkopplungsweig

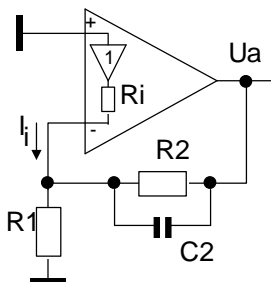


Abb. O78: CFA mit Kapazität im RK.-Zweig

Mit frequenzabhängigem $Z_{2(p)} = R_2 // \frac{1}{pC_2}$ entsteht für den Rückkopplungsfaktor

$$k(p) = \frac{1}{R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2} \cdot \frac{1 + pC_2 R_2}{1 + pC_2 (R_1 // R_2 // R_i)} \quad (OT14)$$

Um die Verhältnisse im Bodediagramm sichtbar zu machen, trägt man die Rückkopplungs-Transimpedanz $1/k(p)$ auf.

$$\frac{1}{k(p)} = \left[R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2 \right] \cdot \frac{1 + pC_2 (R_1 // R_2 // R_i)}{1 + pC_2 R_2} \quad (OT15)$$

$|Z|/\text{Ohm}$ (log-Teilung)

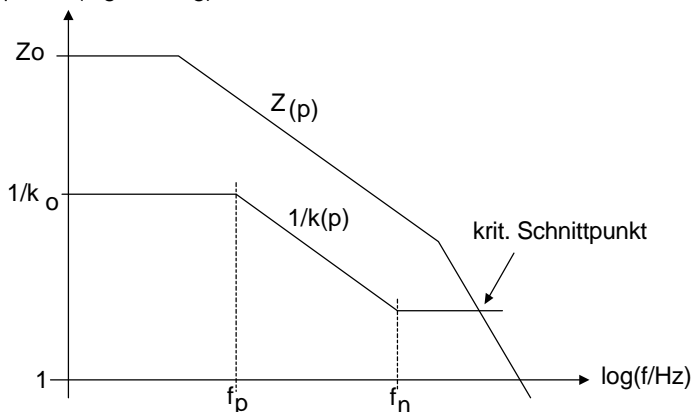


Abb. O79: Bodediagramm der Transimpedanz

wobei $T_n < T_p$ gilt, mit

$$T_n = C_2 (R_1 // R_2 // R_i) = \frac{1}{2\pi f_n} \quad (OT15a)$$

$$T_p = C_2 R_2 = \frac{1}{2\pi f_p} \quad (OT15b)$$

Liegt der kritische Schnittpunkt von $Z(p)$ mit $1/k(p)$ oberhalb der 2. Eckfrequenz von $Z(p)$, sinkt die Phasenreserve unter 45° und es ist mit Stabilitätsproblemen zu rechnen.

- Eine Kapazität als Rückkopplungsimpedanz ist tunlichst zu vermeiden!

$|v_s|$ (log) $|Z|/\text{Ohm}$ (log)

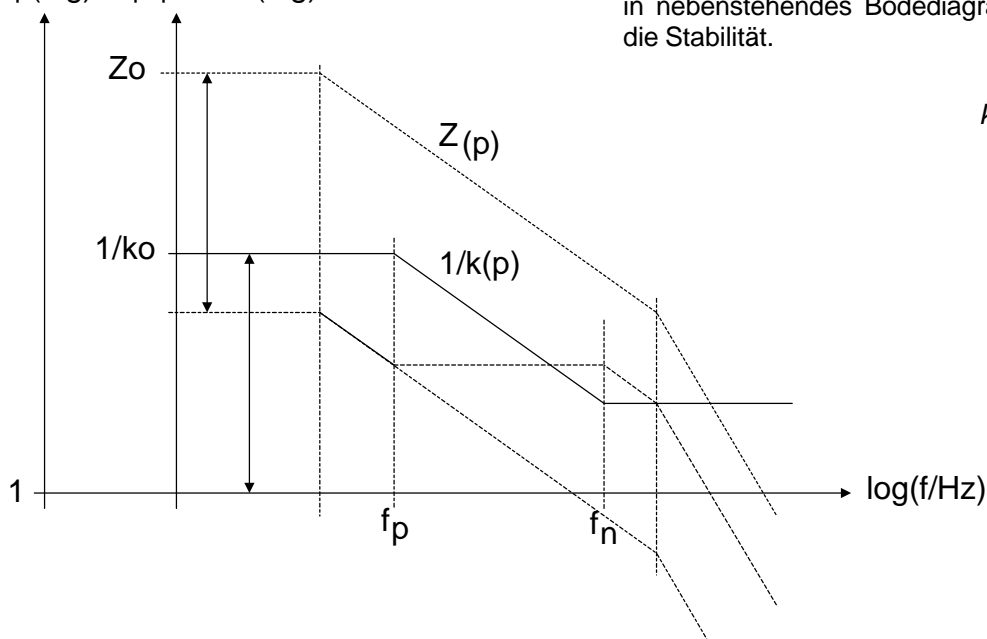


Abb. O80: Die Schleifenverst. im Bodediagramm

Aufgabe: Man zeichne die Schleifenverstärkung V_s in nebenstehendes Bodediagramm und diskutiere die Stabilität.

$$k(p)Z(p) = \frac{Z(p)}{\left(\frac{1}{k(p)}\right)} = V_s$$

O.6.5.4 Einfluß einer Streukapazität am Eingang

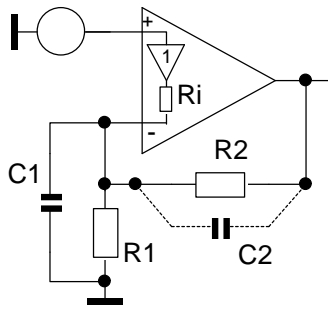


Abb. O81: Eingangskapazität beim CFA

Ein typischer Fall dafür ist die Verwendung eines CFA als Strom-Spannungswandler am Ausgang schneller ADU.

Auch hier läßt sich das Problem entweder durch Betrachtung der Schleifenverstärkung oder durch Einzeichnen der Rückkopplungstransimpedanz $1/k(p)$ in das Bodediagramm von $Z(p)$ verdeutlichen.

Berechnung der Rückkopplungs-Transimpedanz:

R_1 geht über in $Z_1 = R_1 // \frac{1}{pC_1} = \frac{R_1}{1 + pC_1R_1}$

$$\frac{1}{k(p)} = R_2 + R_i \left[1 + \frac{R_2}{R_1} (1 + pC_1R_1) \right]$$

$$\frac{1}{k(p)} = \left(R_2 + R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right) \left(1 + pC_1 \frac{R_i R_2}{R_2 + R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \right) = \left(R_2 + R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right) (1 + pT_N) \tag{OT16}$$

Es wird eine Nullstelle erzeugt,

$$f_N = \frac{1}{2\pi T_N} = \frac{R_2 + R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}{2\pi C_1 R_i R_2} = \frac{1}{2\pi C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_i} \right) = \frac{1}{2\pi C_1 (R_1 // R_2 // R_i)} \tag{OT17}$$

die allerdings wegen des kleinen R_i deutlich höher als bei vergleichbaren herkömmlichen O.P. liegt.

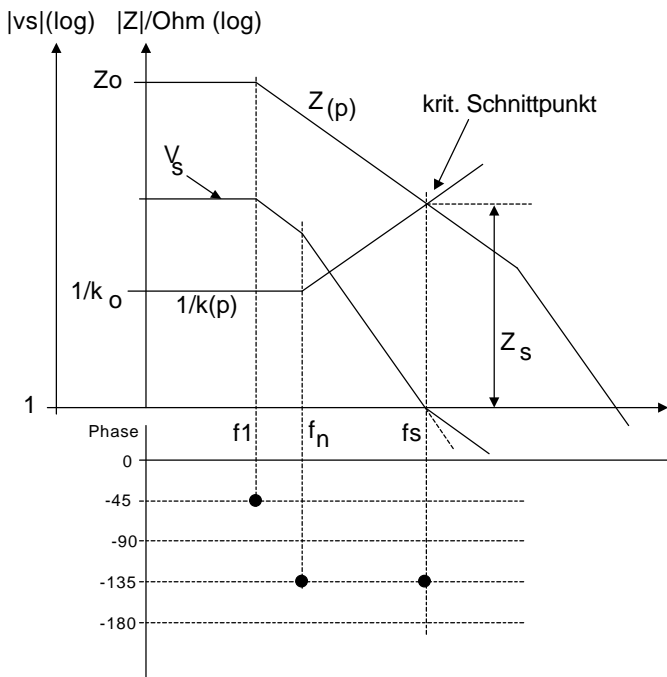


Abb. O82: Bodeplot bei Eingangskapazität

Am Schnittpunkt von $Z(p)$ mit $1/k(p)$ tritt ein Richtungswechsel von mehr als 6 dB/Oktave auf. Dies ist gemäß einer **Daumenregel** ein Hinweis auf **gefährdete Stabilität**.

Eine **Kompensation** des Effekts kann durch eine Kapazität C_2 über den Rückkopplungswiderstand R_2 erfolgen.

Legt man die durch C_2 erzeugte Polstelle f_p auf die Schnittfrequenz f_s , verbleibt noch ein Phasenrand von 45°.

Es gilt: $Z_s = Z_0 \frac{f_1}{f_s}$ und $Z_s = \frac{1}{k_0} \frac{f_s}{f_n}$

Z_s eliminiert ergibt:

$$f_s = \left(\frac{Z_0 f_n f_1}{R_2 + R_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{OT18}$$

Mit $f_p = \frac{1}{2\pi C_2 R_2}$ aus Gln. (OT15b) und f_n aus Gln. (OT17) errechnet man die **Kompensationskapazität**:

$$C_2 = \left(\frac{C_1 R_i}{2\pi Z_0 R_2 f_1} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{OT19}$$

0.6.5.5 Einfluß einer Lastkapazität

Eine Lastkapazität erzeugt eine zusätzliche Phasendrehung in der Schleifenverstärkung und vermindert die Stabilität damit ebenso wie beim herkömmlichen O.P.

Häufigste Maßnahmen gegen diese Stabilitätsverminderung:

- Verkleinerung der Schleifenverstärkung durch Vergrößern von R_2 .
- Entkopplung der Lastkapazität durch einen Serienwiderstand R_S .
s. Abb. O83. Optimale Werte aus Anwendungsberichten oder durch Experiment

Nachteile: Verschlechterung von Bandbreite, Slewrate und Einschwingverhalten

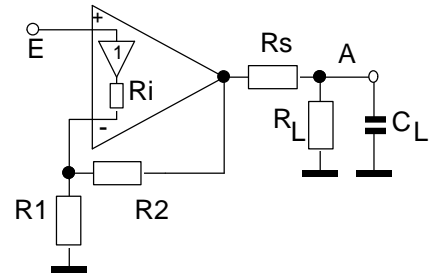


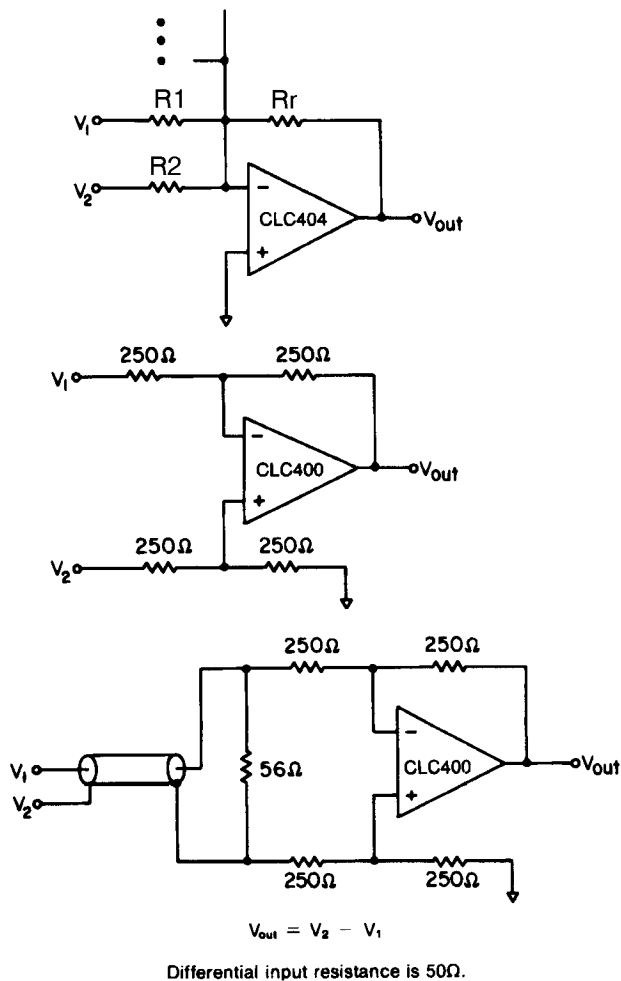
Abb. O83: Entkopplung einer Lastkapazität

0.6.6 Anwendungen von CFA's (Auswahl)

0.6.6.1 Mit VFA's vergleichbare Anwendungen

Die meisten vom herkömmlichen O.P. bekannten Schaltungen können auch mit einem CFA betrieben werden wobei jedoch die unterschiedlichen dynamischen Eigenschaften zu berücksichtigen sind.

Typische Beispiele:



Summier-Verstärker

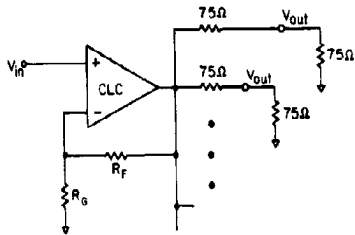
$$V_{out} = -R_r \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots \right) \quad (OT20)$$

Differenz-Verstärker

$$V_{out} = V_2 - V_1$$

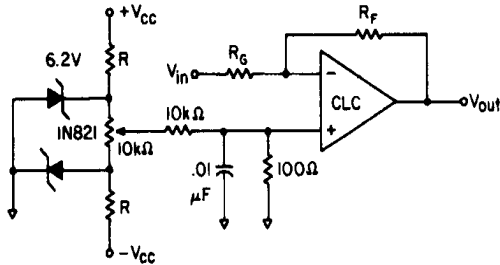
Übersteuerung durch Überschreiten der max. Gleichtakt-Eingangsspannung ist zu vermeiden!

Anwendung eines Differenzverstärkers als **Differenz-Leitungsempfänger** mit Anpassung.



Signalverteiler

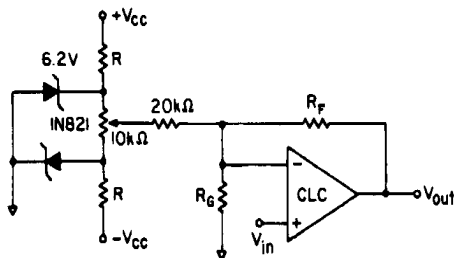
z.B. Videoverstärker mit Signalverteilung auf mehrere angepaßte Leitungen.



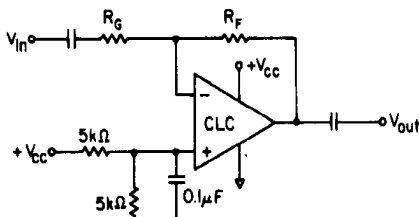
Externe Offsettingstellung,

wenn keine speziellen Anschlüsse für eine Offsetkompensation vorgesehen sind.

Inverting

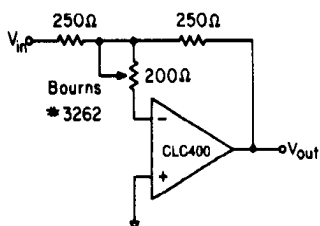


Non-Inverting



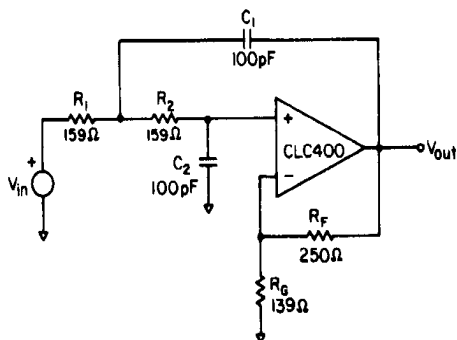
AC-gekoppelter Wechselspannungsverstärker

mit nur einer Versorgungsquelle. Der Teiler (5k/5k) am (+) Eingang erzeugt einen künstlichen "Mittelpunkt" bei $\frac{V_{CC}}{2}$.



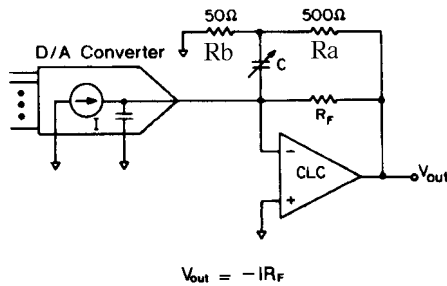
Einstellbare Bandbreite

Durch Erhöhen des Ausgangswiderstands des Eingangsbuffers, der normalerweise sehr klein ist, kann die Bandbreite verringert werden. Vgl. Gl. (OT11).



Aktives Tiefpaß-Filter (Sallen-Key)

Da der Eingangswiderstand des als Nichtinvertierer geschalteten CFA sehr hoch ist, kann bei allen Sallen-Key-Schaltungen der VFA sehr vorteilhaft durch einen CFA ersetzt werden.



Strom-Spannungs-Wandler

Die Ausgangskap. des DAU wird gem. Kap. O.6.5.4 kompensiert. Um beim Kompensations-C auf realisierbare Werte zu kommen, verwendet man einen Spannungsteiler.

$$C = C_2 \left(1 + \frac{R_a}{R_b} \right)$$

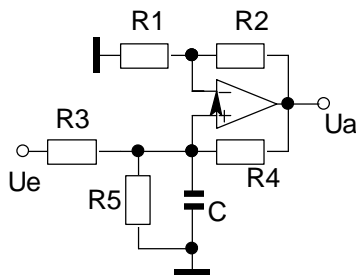
(OT21)

O.6.6.2 Integrator mit CFA

Wie in Kap. O.6.5.3 wirkt sich eine Kapazität im Rückkopplungszweig negativ auf die Stabilität einer Schaltung mit CFA aus. Die vom VFA bekannte Integratorschaltung ist deshalb (speziell für größere Integratorkapazitäten) nicht anzuwenden.

- Es werden Schaltungen verwendet, bei denen der Integrationsvorgang am nichtinvertierenden Eingang stattfindet.

1-Verstärker-Schaltung



Um Stabilität zu gewährleisten, muß gelten:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3 // R_5}$$

(OT22a)

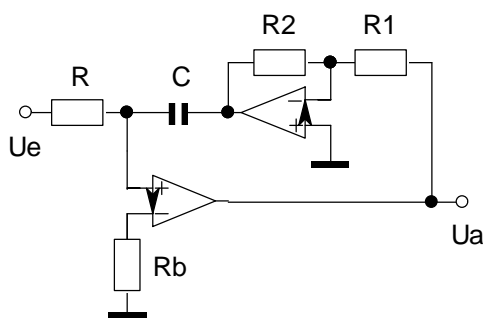
$$U_a = U_e \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{pCR_3}$$

(OT22b)

Meist wählt man $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ und ermittelt R_5 experimentell für beste Stabilität.

Abb. O84: Integrator mit 1 CFA

2-Verstärker-Schaltung



Das Ausgangssignal U_a wird invertiert dem Integrierkondensator C zugeführt. Deshalb kann die Integration des Eingangssignals am **nicht-invertierenden** Eingang des unteren CFA erfolgen; Stabilitätsprobleme werden weitgehend vermieden.

Häufige Integratorschaltung in aktiven Filtern für höhere Frequenzen. (z.B. Biquad-Schaltungen)

$$U_a = U_e \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{pRC}$$

(OT23)

Abb. O85: Integrator mit 2 CFA's

Anhang:

A.1 Zur Berechnung des Frequenzgangs des Differentiators

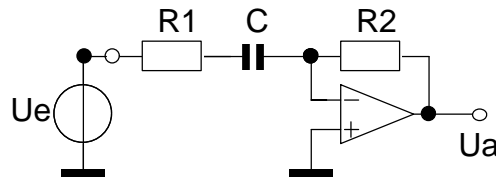


Abb. O86: Zur Berechnung der Ü-Fkt. des Differentiators

Nach Gln. (OP40) wird für die Übertragungsfunktion bei Verwendung eines universell kompensierten O.P.:

$$A^*(p) = \frac{|A_{ideal}^*|}{1 + \frac{p}{\omega_T} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right)} \quad \text{mit: } A_{ideal}^* = A_0^* = \frac{-R_2}{R_1 + \frac{1}{pC}} = \frac{-pCR_2}{1 + pCR_1} = \frac{-pT_D}{1 + pCR_1} \quad (\text{Ü-Fktn. bei tiefen Frequenzen})$$

$$T_D = CR_2; \quad \omega_T = \frac{1}{T_T}$$

ergibt eingesetzt:

$$A^*(p) = \frac{-pT_D}{1 + pCR_1} \frac{1}{1 + pT_T \frac{1 + pC(R_1 + R_2)}{1 + pCR_1}} = \frac{-pT_D}{1 + p(CR_1 + T_T) + p^2 T_T C(R_1 + R_2)} \quad (\text{OA1})$$

Spezialfall des einfachen Differentiators: $R_1 = 0$

$$A^*(p) = \frac{-pT_D}{1 + pT_T + p^2 T_T T_D} \quad (\text{OA2})$$

Dies ist die Charakteristik eines Bandpasses (Schaltung 2. Ordnung)

$$\text{Normalform eines Bandpasses: } A_{(p)}^{BP} = \frac{pT_0}{1 + p2\theta T_0 + p^2 T_0^2} \quad (\text{OA3})$$

Durch **Koeffizientenvergleich** ist abzulesen:

$$1) \text{ Resonanzfrequenz: } T_0^2 = T_T T_D; \quad \text{--->} \omega_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{T_T T_D}} \quad (\text{OA4})$$

$$2) \text{ (Pol)güte: } 2\theta T_0 = T_T; \quad \text{--->} Q = \frac{1}{2\theta} = \frac{T_0}{T_T} = \frac{T_D}{T_0} = \left(\frac{T_D}{T_T} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{OA5})$$

Für $Q > 0,5$ ergibt sich der **periodische Fall** ---> deutliche Resonanzüberhöhung bei ω_0 !

Bei Verwendung des Vorwiderstands R_1 ergibt sich für die Güte Q aus Gln. (OA 1) durch Koeffizientenvergleich mit (OA3): $2\theta T_0 = T_T + CR_1$;

Häufig wählt man die Dämpfung θ zwischen 1 (aperiodischer Grenzfall) und $1/\sqrt{2}$ (maximal flach).

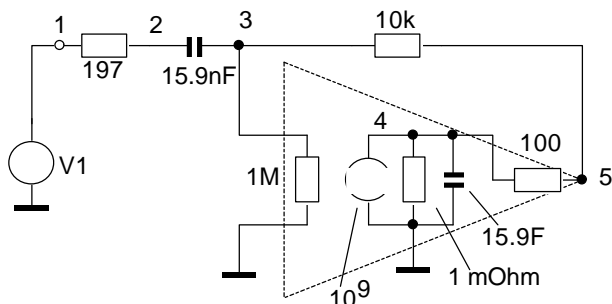
Notwendiger Widerstand für den **aperiodischen Grenzfall**:

$$R_1 = \frac{2T_0 - T_T}{C} \quad (\text{OA6a})$$

für $\Theta = 1/\sqrt{2}$:

$$R_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot T_0 - T_T}{C} \quad (\text{OA6b})$$

Simulationsergebnis für einen Differentiator

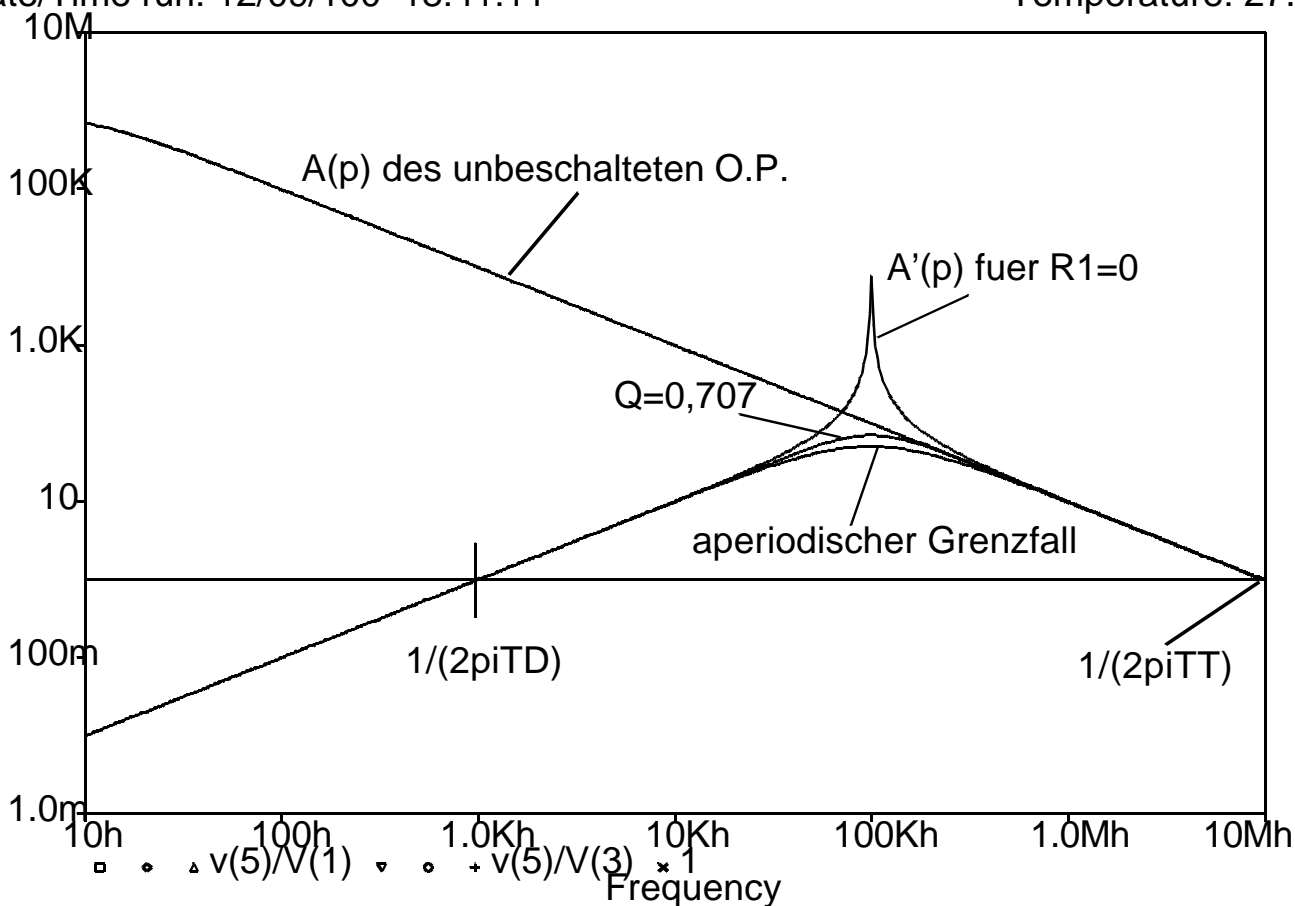


$T_D = 159 \mu s$
 $T_T = 15,9 ns$
 $Q = 31,6$

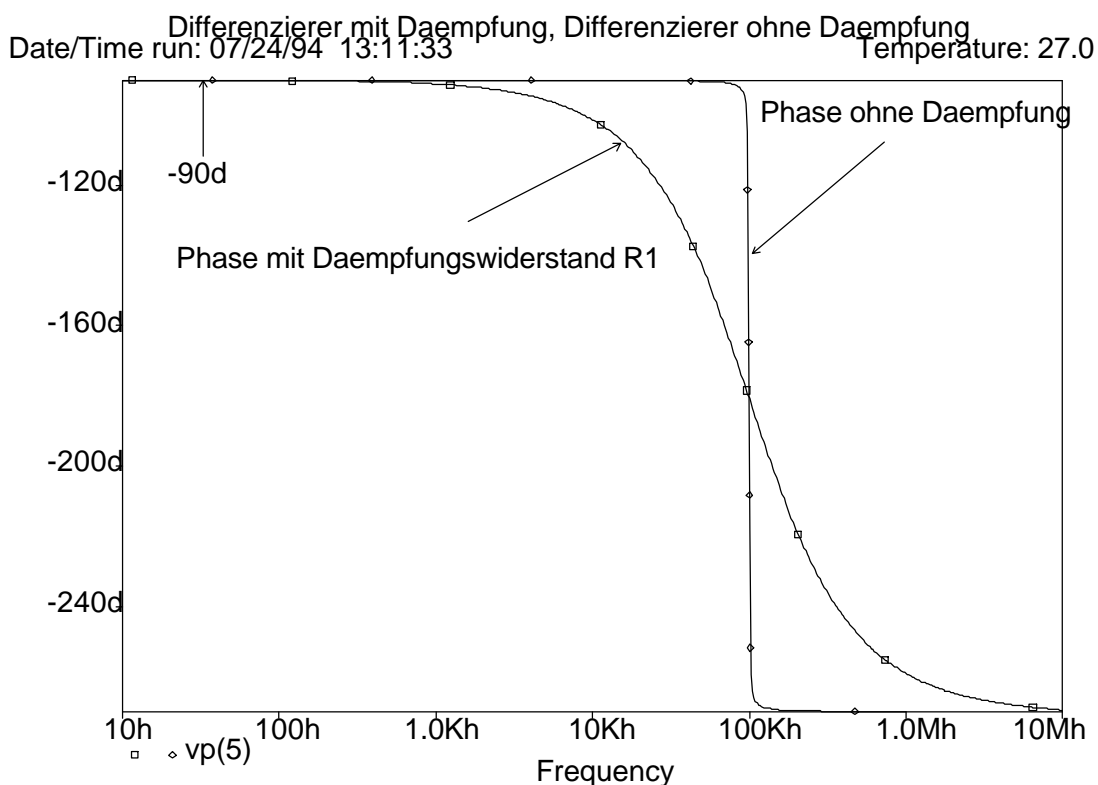
Modellierung des O.P. mit 1 Pol, $f_T = 10 MHz$, $A_0 = 10^6$

Dämpfung $\theta = 1$.

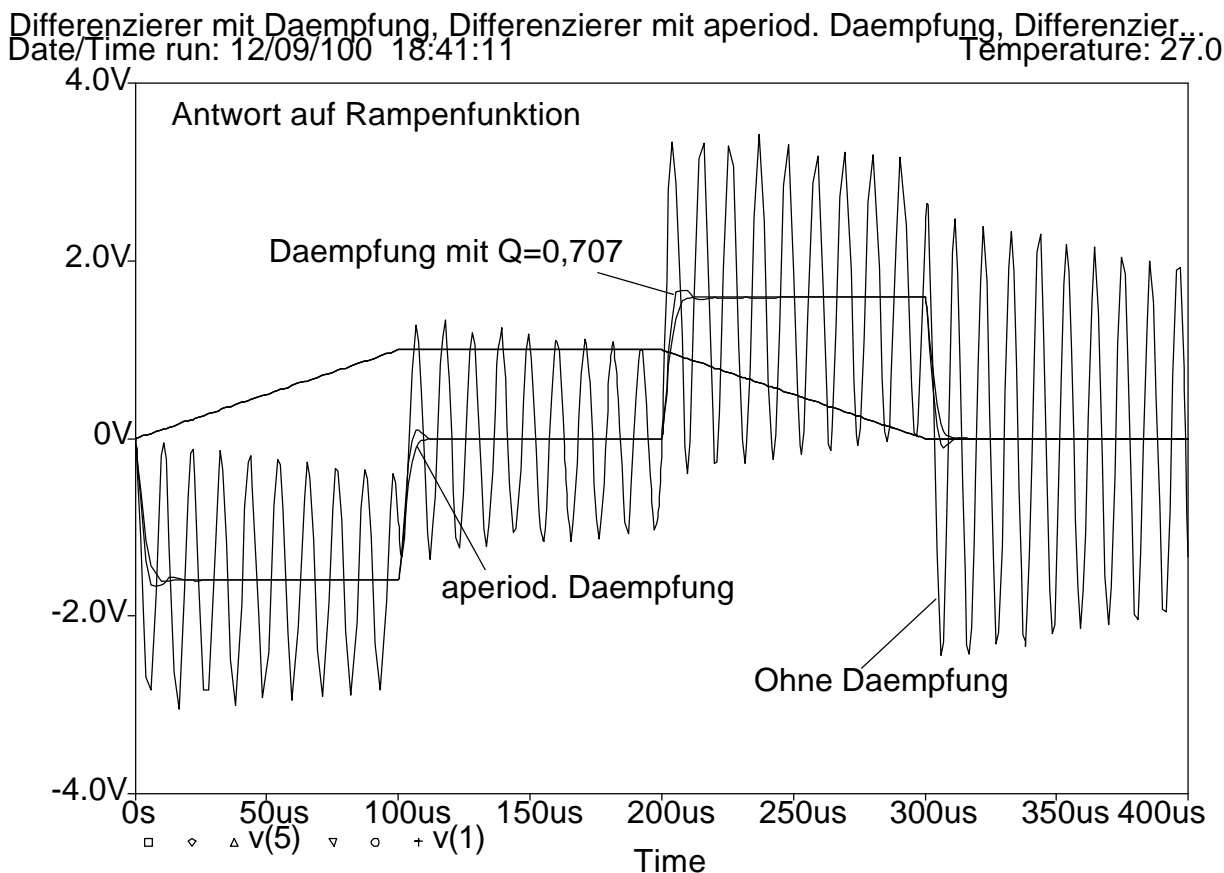
Differenzierer mit Daempfung, Differenzierer mit aperiod. Daempfung, Differenzier...
 Date/Time run: 12/09/100 18:41:11 Temperature: 27.0



Phasenverlauf der Übertragungsfunktion des Differenzierers:



Antwort auf eine Rampenspannung:



A.2 Auswirkung der 2. Polstelle der Leerlauf-Übertragungsfunktion eines O.P.

Die vereinfachende Betrachtung von Kap. O.3.3.1 soll durch Berücksichtigung der Auswirkungen der 2. Polstelle der Open Loop Gain $A(p)$ auf die Closed Loop Gain $A^*(p)$ erweitert werden. Die 2. Polstelle ist bekannt durch

$\omega_2 = \frac{1}{T_2}$ und A_2 und liefert eine Ü-Funktion

$$A(p) = \frac{A_0}{(1+pT_1)(1+pT_2)} = \frac{A_0}{1+p(T_1+T_2)+p^2T_1T_2}$$

Mit $\omega_2 \cdot A_2 = \omega_1 \cdot A_0 = \frac{A_0}{T_1}$ und $T_2 \ll T_1$ entsteht die Übertragungsfunktion $A(p)$ des O.P. mit 2 Polstellen:

$$A(p) = \frac{A_0}{1+p\frac{A_0}{A_2\omega_2}+p^2\frac{A_0}{A_2\omega_2^2}} \quad (\text{OA 8})$$

Die Closed Loop Gain $A^*(p)$ wird berechnet mit Gln. (OP 14a) unter Verwendung der Leerlaufverstärkung gem. Gln. (OA 8):

$$A^*(p) = \frac{A_{ideal}^*}{1+\frac{1}{A(p)k(p)}} = \frac{A_{ideal}^*}{1+\frac{pA_0}{A_2\omega_2}+p^2\frac{A_0}{A_2\omega_2^2}} = \frac{A_{id}^*}{1+\frac{1}{A_0k(p)}+p\frac{1}{A_2\omega_2k(p)}+p^2\frac{1}{A_2k(p)\omega_2^2}}$$

bei großer Schleifenverstärkung wird:

$$A^*(p) = \frac{A_{id}^*}{1+p\frac{1}{A_2\omega_2k(p)}+p^2\frac{1}{A_2k(p)\omega_2^2}} \quad (\text{OA 9})$$

Dies ist die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses 2. Ordnung!

Bei Ausnutzung des Phasenrands bis auf 45° kann die Gegenkopplung eines reell gekoppelter O.P. so weit erhöht werden, bis seine Verstärkung A^*_{ideal} auf den Wert A_2 abgesunken ist.

Dann gilt: $A_{id}^* = A_2$ und $A_{id}^* \approx \frac{1}{k(p)}$ und es wird:

$$A^*(p) = \frac{A_{id}^*}{1+\frac{p}{\omega_2}+\frac{p^2}{\omega_2^2}} \quad (\text{OA10})$$

Der Vergleich mit der Normalform eines TP. 2. Ordnung

$$H(p) = \frac{H_0}{1+\frac{p}{Q_i\omega_0}+\frac{p^2}{\omega_0^2}} \text{ liefert}$$

die **Polgüte** $Q_i = 1$ und

die **Kennfrequenz** $\omega_0 = \omega_2$.

Ab $Q = 0,5$ ist die Anordnung ein schwingfähiges Gebilde!

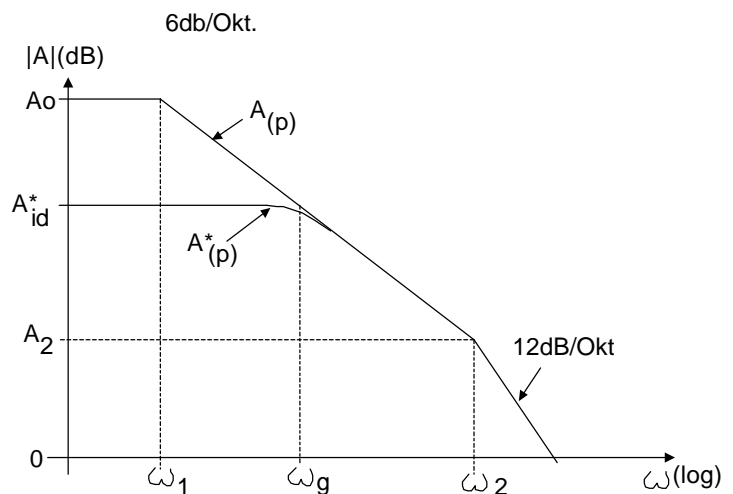


Abb. O87: Zur Berechnung der closed loop gain

Nach < 1> entsteht eine **Amplitudenüberhöhung** a

$$a = \left| \frac{A}{A_{ideal}} \right|_{\max} = \left(\frac{1}{Q_i^2} - \frac{1}{4Q_i^4} \right)^{-\frac{1}{2}} \approx Q_i \quad (\text{für } Q_i \geq 3 \text{ Fehler} < 1,5\%) \quad (\text{OA11})$$

bei der **Frequenz** $\omega_m = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \approx \omega_0$ (für $Q \geq 3$ bleibt Fehler < 3%). (OA12)

Für den Fall des üblichen "universell kompensierten" O.P. (bei dem die 2. Polstelle als ω_T gerade auf die 0-dB-Achse zu liegen kommt) und einer Beschaltung als Spannungsfolger entsteht für die Übertragungsfunktion analog:

$$A^*(p) = \frac{A_{id}^*}{1 + \frac{p}{\omega_T} + \frac{p^2}{\omega_T^2}} \quad (\text{OA13})$$

Dieser Fall (Spannungsfolger, Transitfrequenz 3 MHz, 2. Polstelle auf Transitfrequenz des O.P.) wird umseitig als Ergebnis einer Simulation mit PSPICE dargestellt.

OP mit 2 Polstellen und GK; Anhang zu SC
 Date/Time run: 07/16/100 16:03:00 Temperature: 27.0

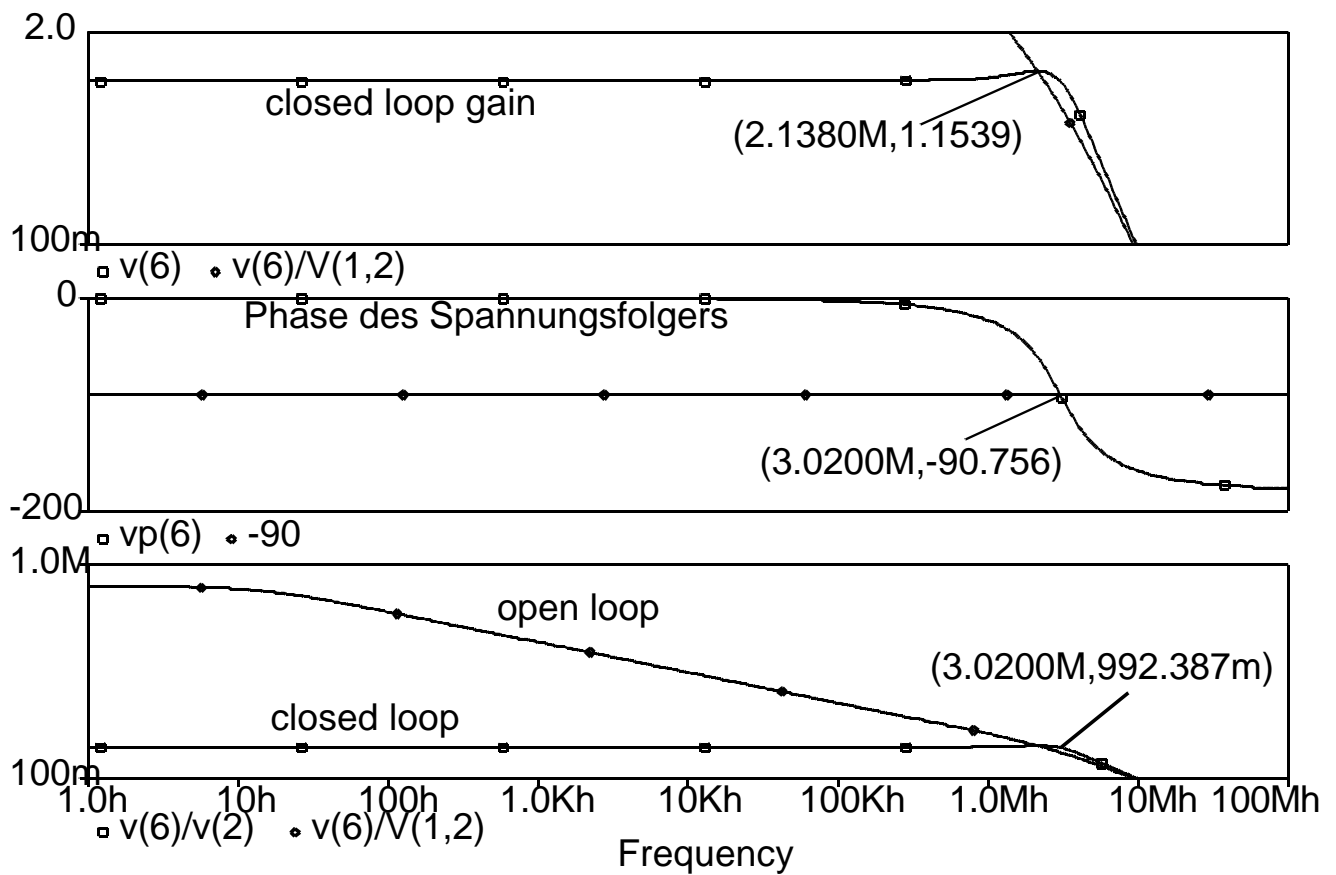


Abb. O88: Übertragungsfunktion eines Spannungsfolgers

Für die Simulation wurde das einfache Kleinsignalmodell gem Kapitel O.4.1.2 mit 2 Polstellen und $f_T = 3$ MHz verwendet.

Das Maximum der Amplitudenüberhöhung tritt bei $f_m \approx 2,14$ MHz auf und beträgt $a \approx 1,15$. Beachten Sie auch, dass die Phase des Spannungsfolgers bei der 2. Polstelle (= Transitfrequenz = 3 MHz) 90° beträgt. Es tritt ein Richtungswechsel der closed-loop-gain von 0 auf 12 dB/Oktave auf.

Je geringer die Gegenkopplung eingestellt wird, dh. je weiter der Schnittpunkt von $A_{(p)}^*$ mit $A_{(p)}$ von der 2. Polstelle entfernt ist, desto geringer wird deren Einfluss in Gln. (OA 9). Der Faktor mit p^2 im Nenner von (OA9) kann vernachlässigt werden, und die in Kap.O.3.3.1 hergeleitete Gln. (OP 40) gewinnt wieder ihre Gültigkeit.