

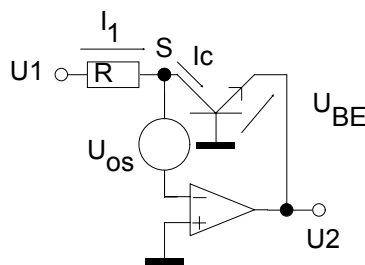
N. Ausgewählte nichtlineare Analogschaltungen

Hier wird eine Auswahl von analogen Schaltungen behandelt, deren Hauptaufgabe nicht in der linearen Verstärkung von Signalen liegt, sondern in der Ausführung nichtlinearer Operationen an kontinuierlichen analogen Signalen wie Gleichrichtung, Modulation, Multiplikation, Phasenvergleich u.v.a.

N.1 Logarithmischer Verstärker

Durch Einfügen eines nichtlinearen Bauelements in das Rückkopplungsnetzwerk wird eine nichtlineare Übertragungscharakteristik erreicht.

N.1.1 Logarithmierer



Voraussetzungen:

- $U_2 < 0, U_1 > 0$, damit Basis-Emitterstrecke des BJT im Durchlaß bleibt.
- $I_1, I_2 < 1\text{mA}$, damit die exponentielle Abhängigkeit des I_C von U_{BE} ihre Gültigkeit behält.
- Hohe Leerlaufverstärkung des O.P., damit Summenpunkt S auf virtuell Null geregelt werden kann.

$$I_1 = \frac{U_1}{R} \quad \text{und} \quad I_1 = I_C \quad \text{und} \quad U_{BE} = -U_2 \quad (\text{N1a,b,c})$$

$$I_C = I_S \left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1 \right) \approx I_S \left(e^{\frac{-U_2}{U_T}} \right) \quad (\text{N2})$$

Abb.N1: Logarithmierender Verstärker

$$\frac{U_1}{R} = I_S e^{\frac{-U_2}{U_T}}$$

$$U_2 = -U_T \ln \frac{U_1}{R \cdot I_S} = -U_T \left(\ln \frac{U_1}{R} - \ln I_S \right) \quad (\text{N3})$$

Da bei einem BJT der Kollektorstrom von ca. 10^{-13} A bis 10^{-3} A dem Exponentialgesetz folgt, können Eingangsspannungen in einem Wertebereich von ca. 10 Zehnerpotenzen verarbeitet werden.

Probleme:

- Temperaturabhängigkeit von U_T und I_S . ---> Erfordert TK-Kompensation
- Offsetspannung des O.P. begrenzt Signaldynamik: Der Summenpunkt S ist um die Offsetspannung verschieden von Null. $I_1 = \frac{U_1 - U_{os}}{R}$. Bei einer Genauigkeitsforderung von 1%, einer Offsetspannung

$U_{os} = 1\text{mV}$ und einer maximalen Eingangsspannung $U_{1\text{max}} = 10\text{V}$ darf U_1 nicht kleiner als $\frac{U_{os}}{1\%} = 100\text{mV}$ werden.

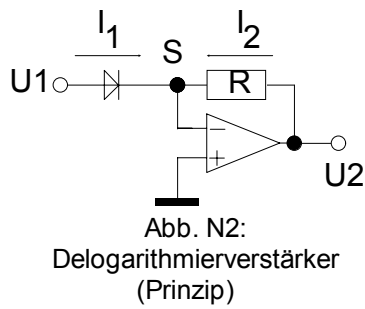
Dies begrenzt den Dynamikumfang des Eingangssignals auf $\frac{U_{1\text{max}}}{U_{1\text{min}}} = \frac{10\text{V}}{100\text{mV}} = 100 \rightarrow 40\text{ dB}!$

Eine gute Offsetkompensation ist erforderlich.

Anwendungen:

- Dynamikkompression von Signalen
- Rechenanwendungen über die Logarithmierenfunktion. z.B.: Zwei Signale werden logarithmiert, anschließend summiert und danach wieder delogarithmiert.---> entspricht einem Analogmultiplizierer. Ähnliche Anwendungen für Dividier- Quadrier- und Potenzierfunktionen.

N.1.2 Delogarithmierer



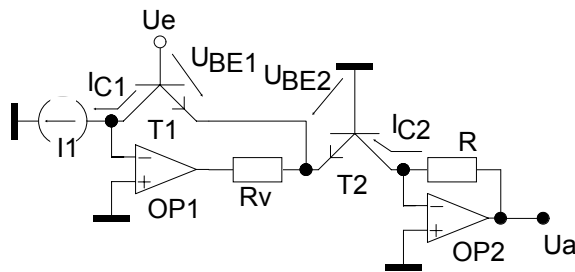
Für $U_1 > 0$ gilt:
 $I_1 = I_S \left(e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1 \right) \approx I_S e^{\frac{U_1}{U_T}}$ (N4)

$I_2 = \frac{U_2}{R}$ und $I_2 = -I_1$ (N5a,b)

$-\frac{U_2}{R} = I_S e^{\frac{U_1}{U_T}}$
 $U_2 = -R I_S e^{\frac{U_1}{U_T}}$ (N6)

- Eine gute Temperaturkompensation der Durchlaßspannung der Diode ist unbedingt erforderlich.

Beispiel für eine Delogarithmierschaltung mit temperaturkompensiertem I_S :



$U_e = U_{BE1} - U_{BE2}$ (N7)

Mit $U_{BE} = U_T \ln \frac{I_C}{I_S}$ und $I_{C2} = \frac{U_a}{R}$ wird:

$U_e = U_T \ln \frac{I_{C1}}{I_{S1}} - U_T \ln \frac{I_{C2}}{I_{S2}}$ (N8)

Bei gleichen Transistoren wird wegen des gleichen I_S :

$U_e = U_T \ln \left(\frac{I_{C1} I_S}{I_S I_{C2}} \right) = U_T \ln \frac{I_{C1}}{I_{C2}} = U_T \ln \frac{I_{C1} R}{U_a}$

N(9)

Abb. N3: Temperaturkompensierter Delogarithmierer daraus errechnet sich für U_a :

$U_a = I_1 R e^{\frac{-U_e}{U_T}}$ (N10)

T_1 und T_2 werden mit fast mit dem gleichen I_C betrieben und müssen auf gleicher Temperatur liegen. Am besten ein "Emitter coupled pair" verwenden. Die Temperaturabhängigkeit der Basis-Emitterspannungen hebt sich wegen Antiserial-Schaltung auf.

N.2 Präzisionsgleichrichter

Gleichrichterschaltungen werden grundsätzlich unterschieden in

- **Leistungsgleichrichter** (z.B. Netzgleichrichter) mit der Aufgabe, aus einer Wechselfspannung mit möglichst großem Wirkungsgrad und geringem Aufwand eine Gleichspannung bei hohem Laststrom herzustellen.
- **Signalgleichrichter** mit der Aufgabe, möglichst genau und schnell Informationen aus einem Signal zu gewinnen. z.B.: Effektivwertgleichrichter, Polaritätsumschalter, Spitzenwertdetektoren, Demodulatoren u.s.w.

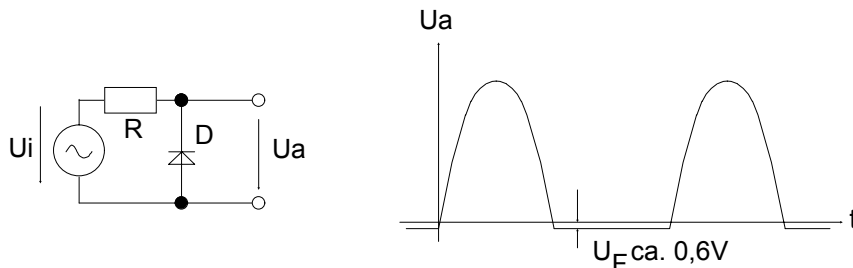


Abb. N4: Einfache PII.-Gleichrichtung mit Diode

Die einfache Einweg-Gleichrichterschaltung mit Halbleiterdiode hat den Nachteil, daß sowohl der Spannungsabfall in Durchlaßrichtung als auch die nichtlineare Diodenkennlinie erhebliche Fehler verursachen.

Sie kann durch den Einsatz eines O.P. wesentlich verbessert werden.

N.2.1 Einweggleichrichter mit O.P.

- $U_i > 0$: U_0 geht in die neg. Begrenzung \rightarrow Diode sperrt
 $U_a = U_i - R(I_B + I_R) \approx U_i$
- $U_i < 0$: U_0 wird positiv \rightarrow Diode leitet. Operationsverstärker regelt Summenpunkt S auf ca. 0V, die Ausgangsspannung wird praktisch kurzgeschlossen.

$$U_a = U_{os} \left(1 + \frac{1}{A_{(p)}} \right) - \frac{U_F}{A_{(p)}} \approx U_{os} - \frac{U_F}{A_{(p)}}$$

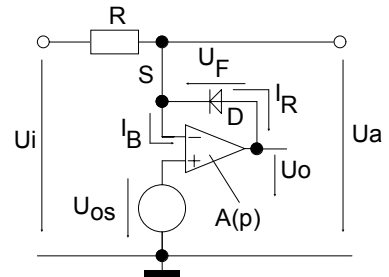


Abb. N5: Diode im Gegenkopplungszweig

Bei guter Offsetkompensation beträgt die Durchlaßspannung der "kombinierten Schaltung" aus Diode und O.P. nur mehr ca. $\frac{600mV}{10^5} = 6\mu V$.

Prinzipiell gilt: Ein "Fehler" im Rückkopplungskreis wird um den Gegenkopplungsgrad verringert!

- Die Kombination der Diode mit einem O.P. kann als eine "idealisierte Diode" angesehen werden.

Nachteil: Beim Übergang von pos. U_i zu neg. U_i muß der Ausgang von der negativen Sättigung auf ca. $+U_F$ wechseln. Wegen der begrenzten Slewrate wird dadurch die Anwendung der Schaltung für höhere Frequenzen stark eingengt.

Verbesserter Einweggleichrichter mit O.P. (Offsets verbachlässigt)

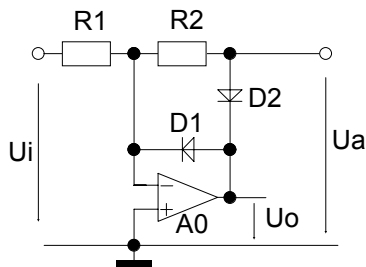


Abb. N6: Verbesserter Einweggleichrichter

- $U_i < 0$: D_1 leitet, D_2 sperrt. \rightarrow Funktion wie vorher beschrieben: $U_a = \frac{-U_F}{A_0} \approx 0$ und $U_0 = U_F$ (N11)
- $U_i > 0$: D_1 sperrt, D_2 leitet. Die Ausgangsspannung des O.P. wird in negative Richtung getrieben. Die Schaltung stellt jetzt einen Invertierer mit R_1 , R_2 dar, der in Serie zum O.P.-Ausgang eine in Durchlaßrichtung gepolte Diode enthält. Es gilt:

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1} U_i \quad \text{und} \quad U_0 = U_a - U_F \quad (\text{N12})$$

Die Ausgangsspannung des O.P. U_0 verläuft ähnlich wie U_a , nur liegt sie um die Durchlaßspannung von D_2 darunter. Der Ausgang des O.P. muß nur mehr einen **schnellen Wechsel** von $2U_F$ ausführen. Die übrigen Änderungen des Ausgangssignals entsprechen den Signaländerungen.

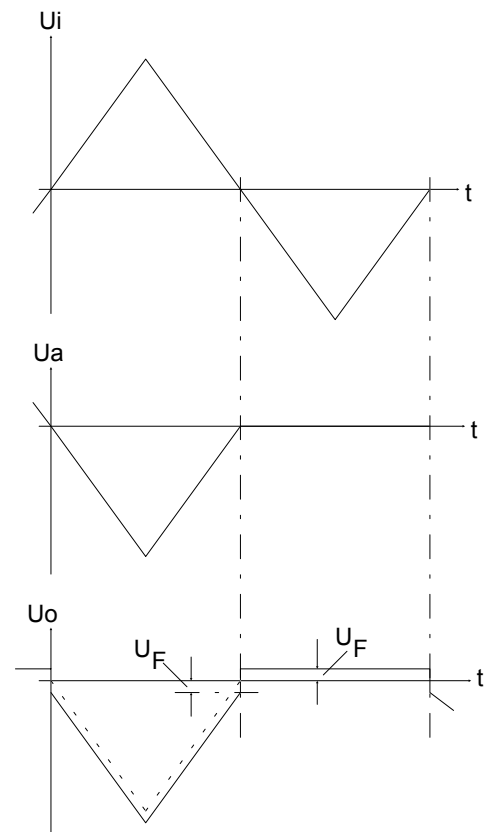


Abb. N7: Signale beim Gleichrichter gem. Abb.N6 mit $R_1 = R_2$

N.2.2 Zweiweg-Präzisionsgleichrichter

N.2.2.1 Für erdfreie (schwimmende Last)

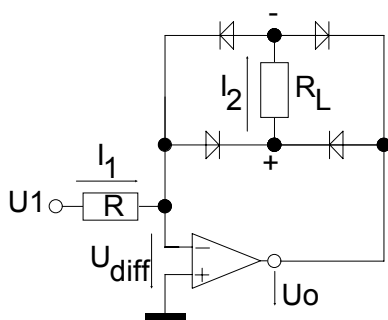


Abb. N8: Gleichrichter f. erdfreie Last

I_2 ist ein Gleichstrom (Brückengleichrichter!), der dem Betrag von I_1 entspricht.

$$I_2 = |I_1| = \left| \frac{U_1 - U_{diff}}{R} \right| \approx \left| \frac{U_1}{R} \right| \quad (N13)$$

Der O.P. gleicht den Spannungsabfall an den Dioden aus. Sein Ausgang U_o liegt um $2U_F$ höher oder tiefer als der Summenpunkt. Damit wird die Spannung zwischen den Eingangsklemmen des O.P. $U_{diff} = \frac{2U_F}{A_0}$.

Die Offsetspannung des O.P. muß gut kompensiert werden und ist hier nicht berücksichtigt.

N.2.2.2 Für geerdete Last

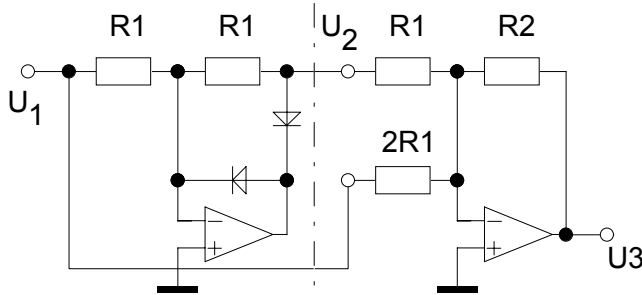


Abb. N9: Zweiweggleichrichter f. geerdete Last

Die Schaltung setzt sich aus einem Einweggleichrichter gem Abb. N6 und einem invertierenden Summierverstärker zusammen.

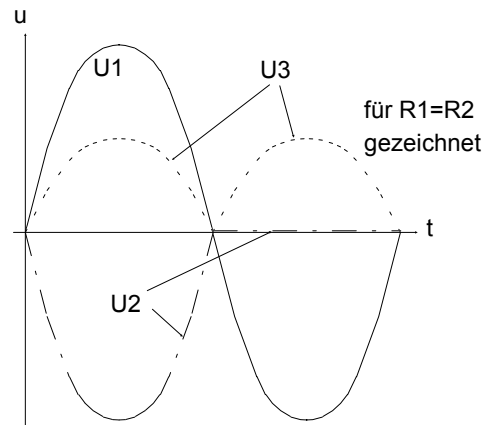


Abb. N10: Signale zur Schaltung N9

Positive Eingangsspannung:

$$U_2 = -U_1$$

$$-U_3 = U_1 \frac{R_2}{2R_1} + U_2 \frac{R_2}{R_1} = -U_1 \frac{R_2}{2R_1} \quad (N14)$$

Negative Eingangsspannung:

$$U_2 \approx 0$$

$$-U_3 = U_1 \frac{R_2}{2R_1} \quad (N14a)$$

Für beliebige Eingangsspannungspolarität:

$$U_3 = |U_1| \frac{R_2}{2R_1} \quad (N15)$$

N.2.2.3 Schneller Zweiweggleichrichter

Die üblichen Schaltungen mit Dioden und O.P. haben meist nur einen Einsatzbereich bis ca. 100 kHz. Höhere Frequenzen erfordern andere Schaltungskonzepte. Im vorgestellten Beispiel wird die Funktion der Diode von einem Komparator und schnellen Schaltern übernommen.

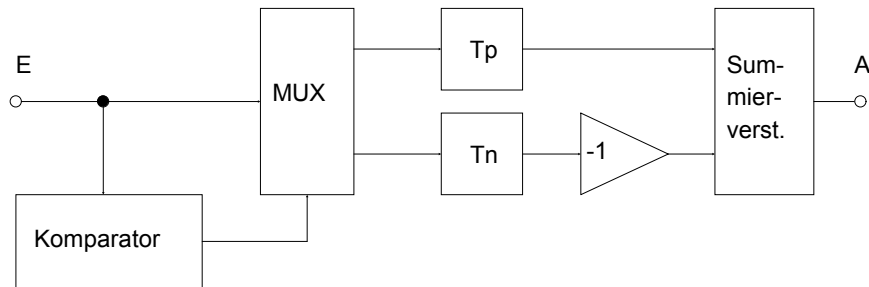
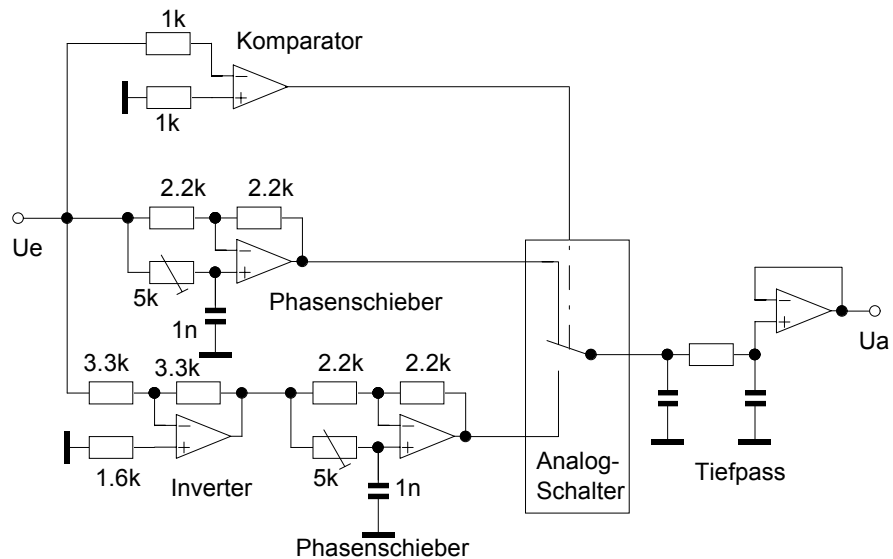


Abb. N11: Schneller Gleichrichter

Der Komparator stellt fest, ob das Eingangssignal positiv oder negativ ist und steuert einen Multiplexer, der das Signal in pos. Komponenten und neg. Komponenten zerlegt. Die neg. Komponente wird invertiert und zusammen mit dem pos. Anteil einem Summierer zugeführt. Die Laufzeitglieder T_p , T_n (Allpässe) gleichen die unterschiedlichen Signalverzögerungen in den beiden Kanälen aus.

Abb. N11a:
Ausgeführte
Schaltung



N.2.2.4 Spitzenwertdetektor

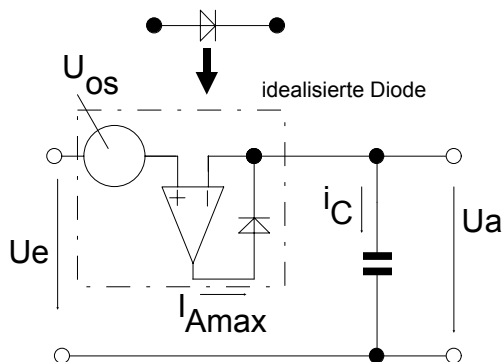


Abb. N12: Spitzenwertdetektor

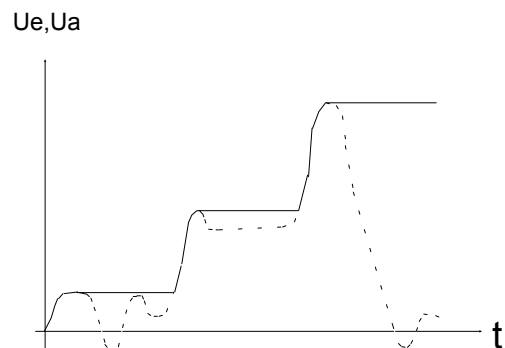


Abb. N13: Signale am Spitzenwertdetektor

Eine Serien-Gleichrichterschaltung mit einer durch O.P. "idealisierten Diode" gem Abb. N5 liefert eine Schaltung, die den Spitzenwert der Eingangsspannung speichert (Abb. N12).

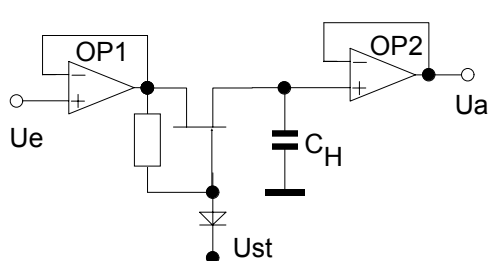
Wenn $U_e > U_a$, leitet die Diode und lädt C auf, bis $U_a \approx U_e$ wird.

Fehler:

- $U_a = U_e - \left(|U_{os}| + \frac{U_F}{A_0} \right) \rightarrow$ gute Offsetkompensation nötig.
- C wird nur mit endlichem Strom geladen, U_a folgt U_e nur mit endlicher Geschwindigkeit.
Begrenzung: Maximaler Ausgangsstrom I_{Amax} des O.P.: $\frac{dU_a}{dt} < \frac{I_{Amax}}{C}$
- C wird über die Last, den Sperrstrom der Diode und den Eingangsstrom des O.P. entladen.
 \rightarrow Last mit einem Spannungsfollower abtrennen.

N.2.2.5 Sample & Hold-Schaltung

S&H-Schaltungen dienen zum Abtasten und kurzzeitigen Zwischenspeichern von Momentanwerten analoger Signale; z.B. bei einem ADU, um einen abgetasteten Momentanwert solange zu halten (möglichst ohne Veränderung), bis der Umsetzvorgang abgeschlossen ist. Als Schalter dienen vorzugsweise JFET.



OP1 liefert mit möglichst niedrigem Ausgangswiderstand den Ladestrom für den Haltekapazitor C_H . Der JFET wirkt als Abtastschalter und wird von U_{st} für die Länge der Abtastimpulse eingeschaltet. OP2 "fühlt" die Spannung am C_H bei möglichst geringem Entladestrom. (Ladungsverstärker)

Abb. N14: Grundschiung eines S&H

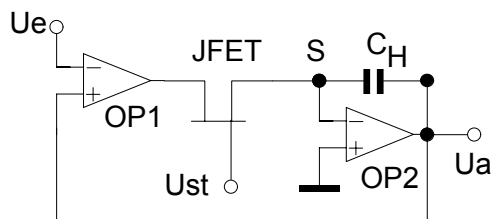


Abb. N15: S&H mit Integrator

Durch Gegenkopplung über beide O.P. werden die Auswirkungen der Offsetspannung der O.P. verringert und durch Verwendung eines Intergrators liegt eine Seite des Schalters (Summenpunkt S) auf Masse, was die Ansteuerung des JFET wesentlich erleichtert. Der Haltekapazitor muß einen **hohen Isolationswiderstand** aufweisen (Entladestrom) und darf **keinen Polarisierungseffekt** (Nachladerscheinung) zeigen. Geeignet sind Polycarbonat- Teflon- und auch Polyäthylenkondensatoren.

- Die wichtigsten dynamischen Kenngrößen einer S&H-Schaltung sind:

Acquisition time = die Zeit, die benötigt wird, um nach Schließen des Schalters den C_H auf den Momentanwert von U_e zu laden. Um C_H auf 99,99% des Endwerts aufzuladen, benötigt man ca. $9RC$ (mit R = gesamter Ladewiderstand).

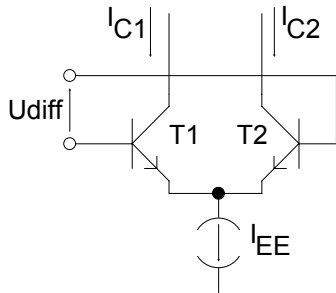
Aperture delay = die zeitliche Verzögerung vom Eintreffen der Schaltflanke von U_{st} bis zum Schließen des Schalters. Diese Zeit ist zur acquisition time zu addieren und ergibt die **Einstellzeit**.

Aperture time = die Zeit, die nach der Abschaltflanke von U_{st} verstreicht, bis der Schalter gesperrt ist. Während dieser Zeit folgt die Spannung am C_H noch ganz oder teilweise der Eingangsspannung und ist deshalb nicht definiert.

N.3 Analoge Multiplizier-Schaltungen

Obwohl heute eine Signalmultiplikation mit sehr hoher Präzision durch digitale Hardwaremultiplikation nach vorangegangener AD-Wandlung der Signale vorgenommen werden kann, steht die Analogmultiplikation eine preiswerte Alternative mit brauchbarer Genauigkeit (ca. 1%) und hoher Geschwindigkeit dar.

N.3.1 Einfacher 2-Quadranten-Multiplizierer



Die Grundlage der Schaltung ist der Differenzverstärker. Nach Gln. (IV4a,b) gilt bei vernachlässigten Basiströmen:

$$I_{C1} = \frac{I_{EE}}{1 + e^{-\frac{U_{diff}}{U_T}}}; \quad I_{C2} = \frac{I_{EE}}{1 + e^{+\frac{U_{diff}}{U_T}}} \quad (N16)$$

$$\Delta I = I_{C1} - I_{C2} = I_{EE} \tanh\left(\frac{U_{diff}}{2U_T}\right) \quad (N17)$$

Für kleine Argumente des tanh ($U_{diff} \ll 2U_T$) wird vereinfacht:

Abb. N16: Zum Analogmultiplizierer $\Delta I_C = I_{EE} \frac{U_{diff}}{2U_T}$ (N18)

Macht man die Emittterstromquelle I_{EE} von einer weiteren Eingangsgröße steuerbar, so erhält man eine multiplikative Verknüpfung der Eingangssignale. Dies kann durch Steuerung eines Stromspiegels geschehen.

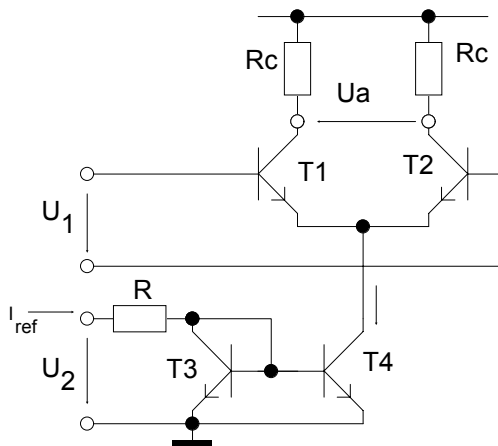


Abb. N17: 2-Quadranten-Multiplizierer

Im Beispiel von Abb. N17 gilt:

$$I_{EE} = \frac{U_2 - U_{BE}(T3)}{R} \quad \text{und} \quad (N19)$$

$$\Delta I_C = \frac{U_2 - U_{BE}(T3)}{R} \cdot \frac{U_1}{2U_T}$$

Unter der Voraussetzung, daß $U_1 \ll U_T$ und $U_2 \gg U_{BE}(T3)$ sind, wird die Ausgangsspannung:

$$U_a = \Delta I_C R_C = U_1 U_2 \frac{R_C}{R} \frac{1}{2U_T} = K U_1 U_2 \quad (N20)$$

- Hauptnachteil der Schaltung:**

Wegen der Bedingung $U_2 \gg U_{BE}(T3)$ muß U_2 stets positiv bleiben. Es kann nur eine Multiplikation im 1. und 4. Quadranten erfolgen!

N.3.2 Stromverteilungsverfahren (Multiplizierer nach Gilbert)

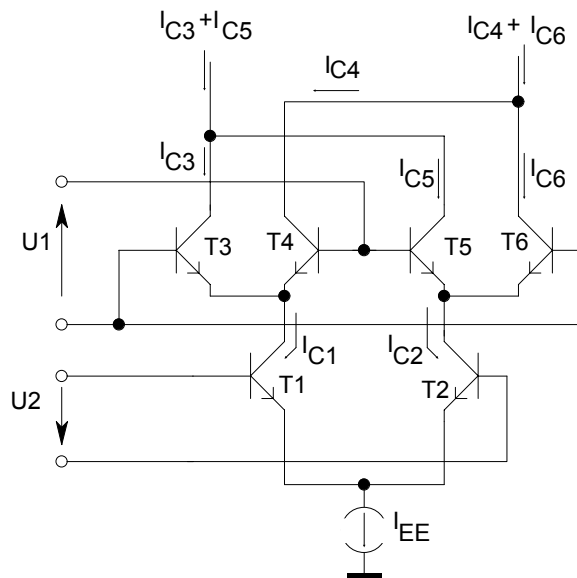


Abb. N18: Gilbert-Multiplizierer

Die Gilbertschaltung ist die häufigste Kernzelle analoger Multiplizierschaltungen. Es ist ein **4-Quadranten-Multiplizierer**.

Die Schaltung N17 wird um einen kreuzgekoppelten Differenzverstärker erweitert und der Stromspiegel durch einen Diff.-Verstärker ersetzt. Dieser wirkt als Differential-Spannungs-Strom-Wandler.

Die Herleitung der Übertragungsfunktion wird nur angedeutet. Genauer in [1].

Linker Differenzverstärker:

$$I_{C3} = \frac{I_{C1}}{1 + e^{-\frac{U_1}{U_T}}} \quad (N21a)$$

$$I_{C4} = \frac{I_{C1}}{1 + e^{+\frac{U_1}{U_T}}} \quad (N21b)$$

Rechter Differenzverstärker:

$$I_{C5} = \frac{I_{C2}}{1 + e^{+\frac{U_1}{U_T}}} \quad I_{C6} = \frac{I_{C2}}{1 + e^{-\frac{U_1}{U_T}}} \quad (N22a,b)$$

Unterer Differenzverstärker:

$$I_{C1} = \frac{I_{EE}}{1 + e^{-\frac{U_2}{U_T}}} \quad I_{C2} = \frac{I_{EE}}{1 + e^{+\frac{U_2}{U_T}}} \quad (N23a,b)$$

Daraus lassen sich die Ströme $I_{C3} \dots I_{C6}$ errechnen.

Der Differenzstrom in den Ausgangsklemmen wird:

$$\Delta I_C = (I_{C3} + I_{C5}) - (I_{C4} + I_{C6}) = I_{EE} \left[\tanh\left(\frac{U_1}{2U_T}\right) \right] \left[\tanh\left(\frac{U_2}{2U_T}\right) \right] \quad (N24)$$

Je nach Ansteuerung der Schaltung ergeben sich unterschiedliche Anwendungen:

- $U_1 < 2U_T$ und $U_2 < 2U_T$. Dann wird vereinfacht:

$$\Delta I_C = I_{EE} U_1 U_2 \frac{1}{4U_T^2} = K U_1 U_2 \quad (N25)$$

Anwendung als **4-Quadranten-Multiplizierer**

- $U_1 < 2U_T$ und $U_2 > 2U_T$ (oder vertauscht). Der übersteuerte Eingang wirkt als Schalter. Es erfolgt quasi eine Multiplikation des linearen Eingangs mit einem Rechtecksignal, dessen Frequenz dem Signal am übersteuerten Eingang entspricht.
Anwendung als **Modulator**.
- $U_1, U_2 \gg 2U_T$. Beide Eingänge sind übersteuert.
Anwendung als **Phasendetektor** z.B. bei PLL-Schaltungen.

N.3.3 Linearisierter 4-Quadranten-Multiplizierer

In der bisher vorliegenden Form ist der Gilbert-Multiplizierer nur zur Verarbeitung kleiner Signale geeignet. Durch Vorschalten von Entzerrer-Netzwerken vor die Eingänge kann die tanh-Funktion korrigiert werden.

Die Schaltung gem. Abb. N19 besitzt eine dem hyperbolischen Tangens inverse Übertragungsfunktion [2]:

$$U_1' = 2U_T \tanh^{-1} \left(\frac{K_{I1} U_1}{I_{01}} \right) \quad (\text{N26})$$

$I_{1,2} = I_{01} \pm K_{I1} U_1$, K_{I1} = Transferkonst. des U-I-Wandlers, I_{01} = Ruhestrom d. Differenz-U-I-Wandlers

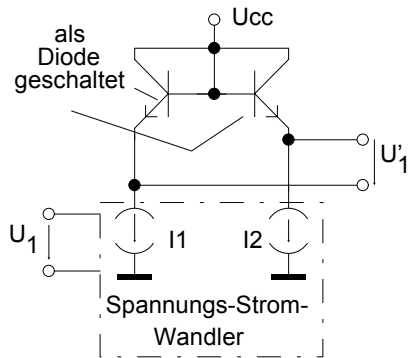


Abb. N19: Inverse tanh-Funktion

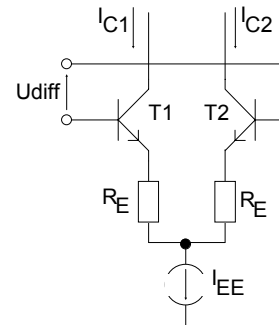


Abb. N20: Linearisierter Diff.-Verstärker als Spannungs-Strom-Wandler

Der angedeutete Differenz-Spannungs-Strom-Wandler wird in den meisten Fällen als Differenzverstärker mit Emitttergegenkopplung ausgeführt. (Abb. N20 mit $I_{1,2} = I_{C1,2}$) Ein geschlossener Ausdruck für $\Delta I_C = I_{C1} - I_{C2}$ läßt sich nicht angeben, da eine transzendente Gleichung entsteht: $\Delta I_C = I_{EE} \tanh \left(\frac{U_{diff} - R_E \Delta I_C}{2U_T} \right)$

Qualitativ ist aber einzusehen, daß die Emittterwiderstände eine Gegenkopplung bewirken und somit die Linearität der Übertragungscharakteristik wesentlich erhöhen.

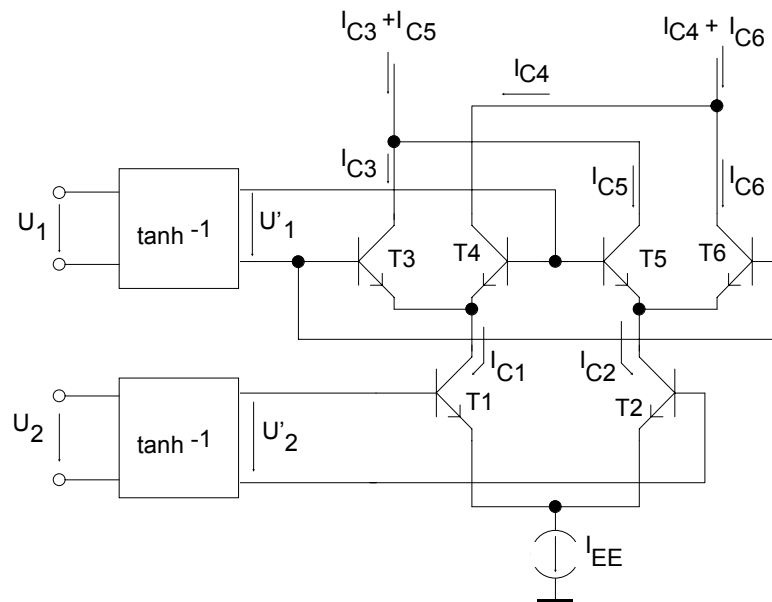


Abb. N21: Multiplizierer mit Entzerrungsnetzwerken

Die \tanh^{-1} -Korrektur **und** der untere Differenzverstärker (T_1, T_2) sind jedoch ein redundanter Aufwand. Wenn der untere Diff.-Verstärker als linearisierter Spannungs-Strom-Wandler ausgeführt wird (diese Baugruppe ist im Entzerrer auch enthalten), ist der lineare Zusammenhang zwischen U_2 und $(I_{C1} - I_{C2})$ ohnehin schon gegeben.

Daraus ergibt sich ein **verbreitetes Schaltungsprinzip** für analoge 4-Quadranten-Multiplizierer. Der Kern ist praktisch bei allen Ausführungen gleich, die Schaltungen unterscheiden sich im wesentlichen nur in den Wandlern.

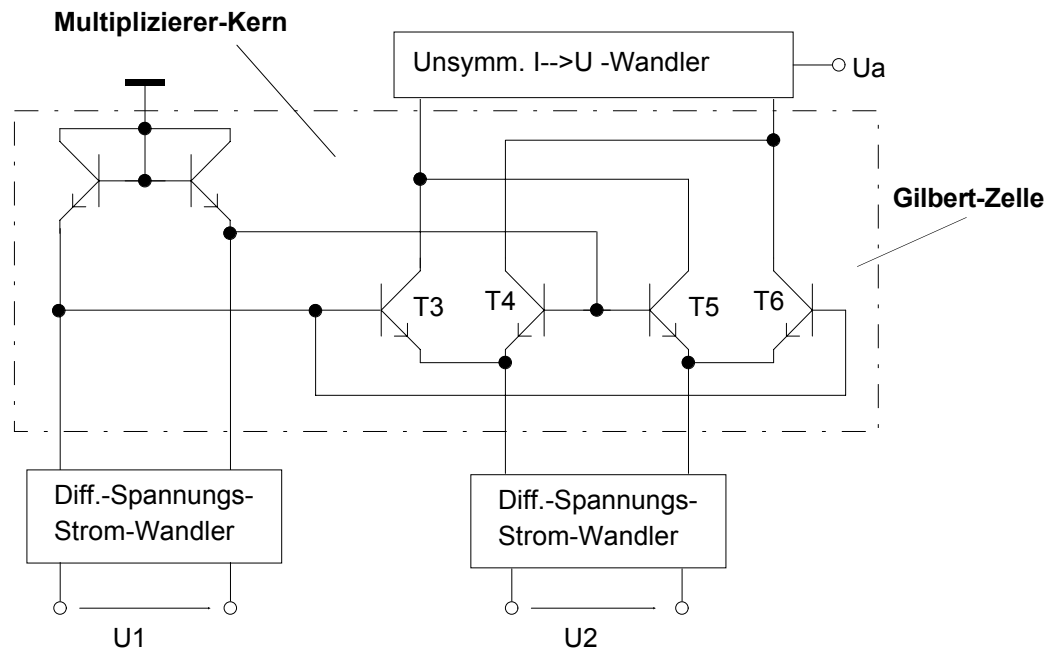


Abb. N22: Linearisierter 4-Quadranten-Multiplizierer

N.3.4 Analog-Dividierer

Die wichtigsten Möglichkeiten sollen hier nur angedeutet werden:

- Verwendung der Gilbert-Zelle mit \tanh^{-1} -Entzerrern. Wenn bei einem der beiden Entzerrer die Eingangsspannung (z.B. U_1) konstant gehalten wird und dafür der "Ruhestrom" I_{01} als Eingangsvariable gilt (siehe Gln. (N26), wirkt die Schaltung als Dividierer von $\frac{U_2}{I_{01}}$.
- Division durch Logarithmieren der Operanden und Subtraktion des logarithmierten Divisors vom logarithmierten Dividenden. Danach Delogarithmieren des Ergebnisses der Subtraktion. (Vgl. Kap. N.1)
- Division durch inverse Multiplikation. Schaltet man in den Gegenkopplungszweig eines O.P. einen analogen Multiplizierer, entsteht als Inversfunktion eine Dividerschaltung.

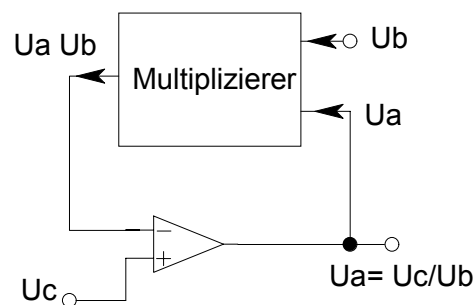


Abb. N23: Inverser Multiplizierer = Dividierer

Der O.P. stellt an seinen Eingangsklemmen Gleichheit der Signale her. (virtueller Kurzschluß)

$$U_a U_b = U_c$$

$$U_a = \frac{U_c}{U_b}$$

(N27)

N.3.5 Multiplizierer als Balanced-Modulator

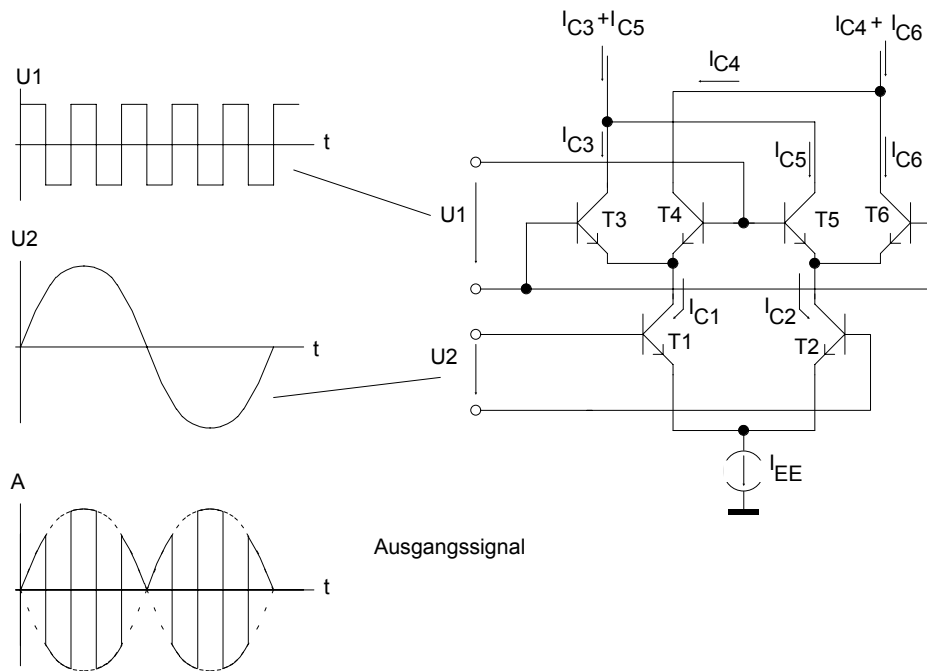


Abb. N24: Balanced Modulator mit Gilbertzelle

Legt man an den Eingang U_1 ein genügend großes Signal ($\gg 2U_T$), werden abwechselnd je 2 Transistoren leitend und 2 Transistoren gesperrt. Ein am Kleinsignaleingang U_2 wirksames Signal wird damit abwechselnd mit dem Faktor $+1$ bzw. -1 multipliziert. Werden die "geschalteten" Transistoren T3...T6 nicht oder nur geringfügig übersteuert, ist der Modulator auch für hohe Frequenzen geeignet.

Das Ausgangsspektrum ergibt sich durch Multiplikation der beiden Eingangssignale:

$$\text{Sinus-Signal: } u_2(t) = \hat{u}_2 \cos \omega_s t \quad (\text{N27})$$

$$\text{Rechteck-Signal: } u_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos(n\omega_R t); \quad \text{Amplitude} = +1/-1 \quad (\text{N28})$$

$$\text{Ausgangs-Signal: } u_a(t) = K u_1(t) u_2(t); \quad K = \text{Verstärkung des Multiplizierers} \quad (\text{N29})$$

$$\begin{aligned} u_a(t) &= K \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\hat{u}_2}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} \cos n\omega_R t \cdot \cos \omega_s t = \\ &= K \hat{u}_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} \left[\cos(n\omega_R - \omega_s)t + \cos(n\omega_R + \omega_s)t \right] \end{aligned} \quad (\text{N30})$$

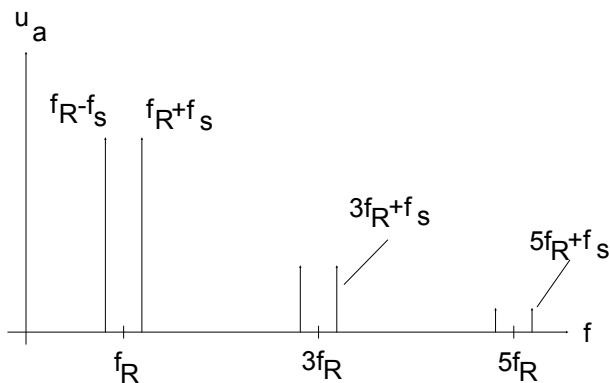


Abb. N25: Spektrum des balanced modulator

Es entsteht ein Spektrum, das Komponenten ober- und unterhalb der ungeradzahli- gen Harmonischen von ω_R enthält, aber **nicht mehr die Modulationsfrequenz ω_R** selbst oder Harmonische davon.

N.3.6 Multiplizierer als Mischer

Werden beide Eingänge eines 4-Quadranten-Multiplizierers mit kleinen Sinusspannungen ($\hat{u} \ll 2U_T$) unterschiedlicher Frequenz angesteuert, so spricht man von **multiplikativer Mischung**.

Mit $u_1(t) = \hat{u}_1 \sin \omega_1 t$; $u_2(t) = \hat{u}_2 \sin \omega_2 t$ und v_m = Verstärkungsfaktor des Multiplizierers wird:

$$u_a(t) = v_m u_1(t) u_2(t) = v_m \frac{\hat{u}_1 \hat{u}_2}{2} [\cos(\omega_1 - \omega_2)t - \cos(\omega_1 + \omega_2)t] \quad (\text{N31})$$

Im Ausgangsspektrum finden sich nur mehr die Frequenzen $\omega_1 \pm \omega_2$, jedoch nicht mehr die Eingangssignale selbst. Gute Symmetrie der Schaltung notwendig!

N.3.7 Multiplizierer als Phasendetektor

Haben die Signale an den Eingängen eines 4-Quadranten-Multiplizierers **gleiche Frequenz**, liefert die Schaltung eine Ausgangsspannung, die dem Phasenunterschied der Eingangssignale entspricht.

Bei **Übersteuerung beider Eingänge** erhält man folgende Signale:

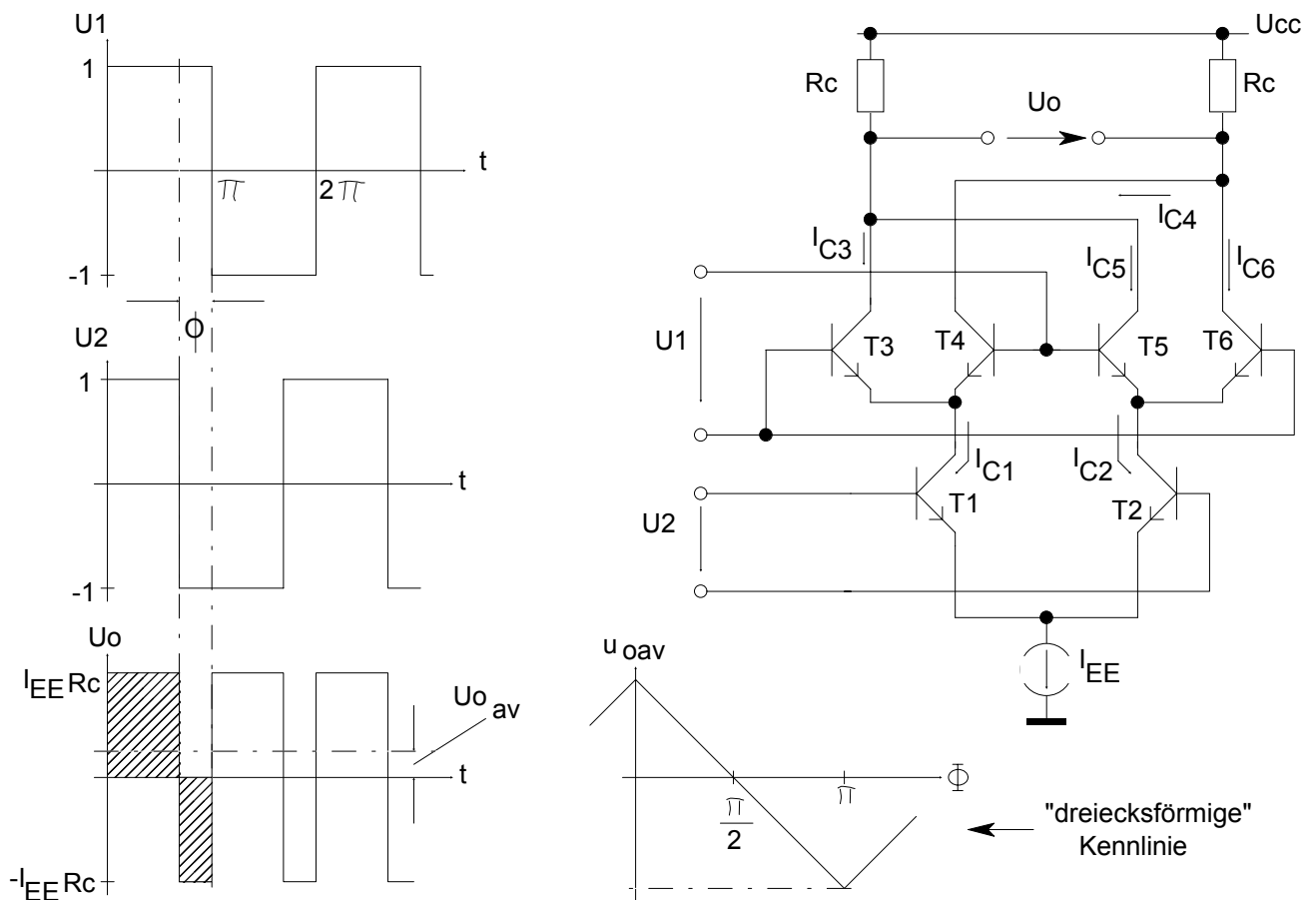


Abb. N26: Phasendetektor mit Gilbert-Zelle

Der arithmetische Mittelwert der Ausgangsspannung ist die Differenz der in Abb. N26 schraffierten Flächen.

$$U_{o_{av}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_{o(t)} d(\omega_o t) = \frac{1}{2\pi} 2 I_{EE} R_C (\pi - \Phi - \Phi) = I_{EE} R_C \left(1 - \frac{2\Phi}{\pi}\right) \quad (\text{N32})$$

Die Anwendung von Phasendetektoren erfolgt vorzugsweise in sog. Phasenregelkreisen (PLL). [s. Kap. N.4]

Wenn die Übersteuerung der Eingänge nicht durch entsprechende Verstärkung oder Begrenzung gewährleistet ist, wirkt die Schaltung trotzdem als Phasendetektor, allerdings ist die Größe der Ausgangsspannung dann noch zusätzlich von den Amplituden der Eingangssignale abhängig.

Werden z.B. beide Eingänge mit **Sinus-Kleinsignalen** gleicher Frequenz aber unterschiedlicher Phase beaufschlagt, so entsteht mit den Signalen

$$u_{1(t)} = \hat{u}_1 \sin \omega t \quad \text{und} \quad u_{2(t)} = \hat{u}_2 \sin(\omega t - \Phi) \quad \text{und der Multipliziererverstärkung } v_m$$

$$u_o(t) = v_m \frac{\hat{u}_1 \hat{u}_2}{2} \{ \cos \Phi - \cos(2\omega t - \Phi) \} \quad (\text{N33})$$

Nach Integration über eine Periode verschwindet der periodische Anteil:

$$U_{o_{av}} = \frac{1}{2\pi} \frac{v_m}{2} \hat{u}_1 \hat{u}_2 \cos \Phi = K \hat{u}_1 \hat{u}_2 \cos \Phi \quad (\text{N34})$$

N.4 Der Phasenregelkreis (PLL)

PLL = phase locked loop

PLL-Schaltungen sind rel. aufwendig und haben deshalb erst mit der Einführung integrierter Schaltkreise eine weite Verbreitung gefunden.

Verwendung als FM-Demodulator, Stereo-Demodulator, Tondekoder, Frequenzsynthesizer u.v.a.

N.4.1 Prinzip der PLL

Die PLL ist ein Regelkreis, dessen Variable (Stell- und Regelgröße) die Phasendifferenz zweier Signale ist.

Arbeitsweise:

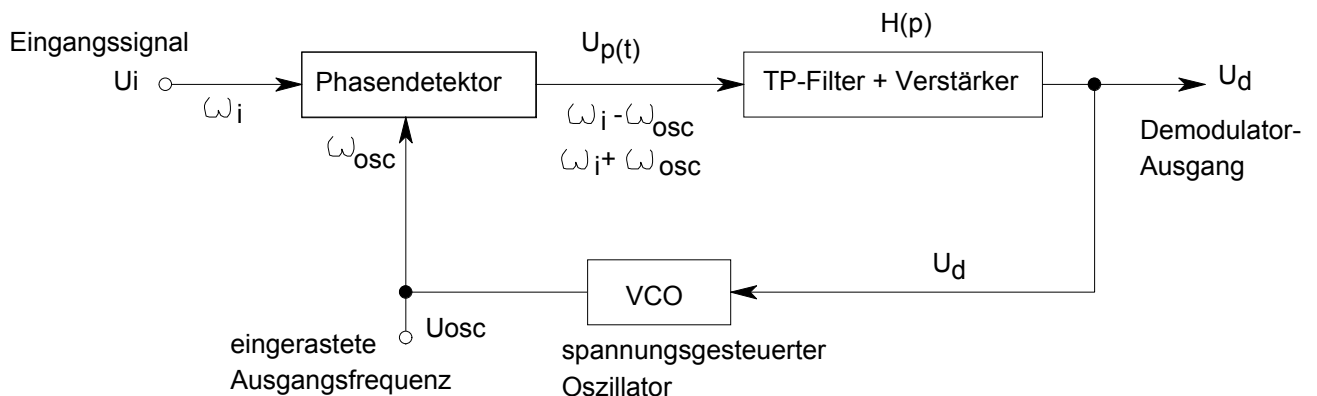


Abb. N27: Blockschaltung einer PLL

Bei fehlendem Eingangssignal U_i (oder aufgetrennter RK-Schleife) schwingt der VCO (= voltage controlled oscillator) frei auf seiner Leerlauf Frequenz ω_L . Der Phasendetektor gibt keine Regelspannung U_p ab, die Steuerungsspannung U_d am Eingang des VCO ist Null.

Bei Auftreten eines Eingangssignals, dessen Frequenz ω_i nicht zu weit von ω_L entfernt sein sollte, liefert der als Multiplizierer arbeitende Phasendetektor ein Signal $U_p(t)$, das gem. Gln.(N31) die Summen- und Differenzfrequenz von ω_L und ω_i enthält. Der Tiefpaß integriert das Signal $U_p(t)$ und bildet damit den arithmetischen Mittelwert der

Steuerspannung U_d für den VCO. Der VCO wird solange in seiner Frequenz nachgestimmt, bis exakte Frequenzgleichheit zwischen ω_{osc} und ω_j herrscht. ---> **Die PLL "rastet ein"**.

Die dazu notwendige Steuerspannung U_d ist damit ein Maß für die Abweichung von ω_j von der Oszillator-Leerlauf Frequenz ω_L .

- Die Schaltung arbeitet am Ausgang U_d als FM-Demodulator bezüglich ω_j .

Es herrscht zwar Frequenzgleichheit zwischen ω_{osc} und ω_j , aber keine Phasengleichheit. Die Phasendifferenz kann als die bleibende Regelabweichung angesehen werden.

Der **Einrastvorgang** selbst ist ein nichtlinearer periodisch abklingender Vorgang, der schwer analytisch zu erfassen ist. Qualitativ läuft folgendes ab:

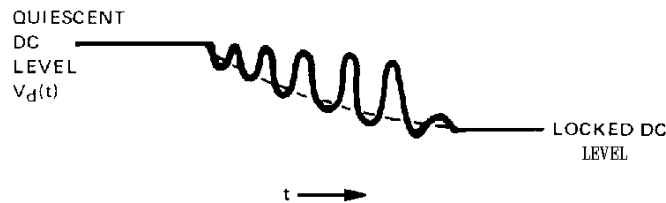


Abb. N28: Einrastvorgang einer PLL

Das Ausgangssignal des Phasendetektors U_p ist eine **cosinus-Funktion der Phasendifferenz** zwischen

ω_{osc} und ω_j . Da $\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$ gilt, ist U_p eine **sinus-**

Funktion der Frequenzdifferenz von ω_{osc} und ω_j . Rückt ω_{osc} nahe an ω_j heran, wird U_p niederfrequenter, entfernt sich ω_{osc} von ω_j , nimmt U_p eine höhere Frequenz an. Der Phasendetektor erhält damit eine unsymmetrische Ausgangsspannung, deren DC-Komponente das System zum Einrasten bringt. Nach dem Einrasten verbleibt nur noch eine Gleichspannung am Filterausgang.

Das Signal am Ausgang des Phasendetektors verläuft beim Einrasten prinzipiell wie in Abb. N28.

Um die Eigenschaften einer PLL zu beschreiben, dienen die **charakteristischen Kennwerte einer PLL**:

- (Modulations)-Frequenzgang, Sprungantwort, Grenzfrequenz
- Haltebereich
- Fangbereich
- Rauschbandbreite für das Phasenrauschen

Sie werden im folgenden Kapitel erläutert.

N.4.2 Analyse der eingerasteten PLL

Darstellung der PLL mit Phase als Regelgröße:

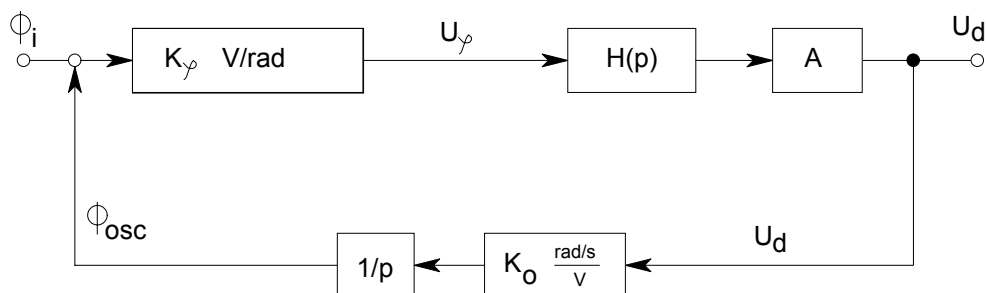


Abb. N29: PLL mit Phase als Regelgröße

Phase des Oszillatorsignals = Integral seiner Frequenz über der Zeit:

$\omega = \frac{d\Phi}{dt}$; ----> $\Phi_{osc} = \int \omega_{osc} \cdot dt + \Phi_{osc}(t=0)$ im Bildbereich der L-Transformation geschrieben entsteht:

$$\Phi_{osc(p)} = \frac{\omega_{osc(p)}}{p} \quad \text{mit } p = j\omega \quad (\text{N35})$$

Der Integrationsblock $1/p$ ist schaltungstechnisch nicht erkennbar, er ist implizit vorhanden und stellt nur eine Rechengröße dar.

Die Schwingfrequenz des VCO soll in der Umgebung von ω_{osc} linear von der Steuerspannung u_d abhängen:

$$\omega_{osc} = \omega_L + K_O \cdot u_d \quad (N36)$$

ω_L = Leerlaufrezonanz des VCO; K_O = Steuerfaktor des VCO in $\frac{rad/s}{V}$; u_d = Steuerspannung des VCO

Betrachtung als Regelschleife (bzw. als gegengekoppeltes System):

Übertragungsfunktion:

$$F_{(p)} = \left(\frac{u_d}{\Phi_i} \right)_{(p)} = \frac{k_\varphi H(p) A}{1 + \frac{1}{p} \cdot k_O \cdot k_\varphi H(p) A} \quad (N37)$$

Dies entspricht der für Gegenkopplung gültigen Form: $\frac{A}{1 + k \cdot A}$.

Meist wird jedoch mit der Frequenz des Eingangssignals gerechnet:

$$\omega_i = \frac{d\Phi_i}{dt} \quad \text{--->} \quad \omega_i = \Phi_{i(p)} \cdot p; \quad \text{damit entsteht der **Modulationsfrequenzgang**!}$$

$$G_{(p)} = \left(\frac{u_d}{\omega_i} \right)_{(p)} = \frac{1}{p} \frac{u_d}{\Phi_i} = \frac{k_\varphi H(p) A}{p + k_O \cdot k_\varphi H(p) A} = \frac{1}{k_O} \frac{1}{1 + \frac{p}{k_O \cdot k_\varphi \cdot A} H(p)} \quad (N38)$$

Er gibt an, wie sich das Ausgangssignal u_d bei einer Frequenzmodulation des Eingangssignals verhält.

N.4.2.1 PLL erster Ordnung

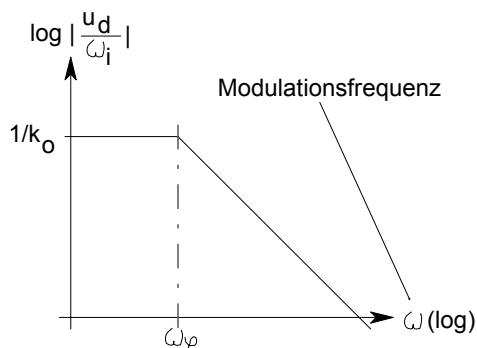


Abb. N30: Ü-Funktion der PLL 1. Ordnung $\omega_\varphi = k_\varphi k_O A$

Durch Entfernen des Schleifenfilters ($H(p) = 1$) entsteht eine PLL 1. Ordnung, die sich gut zur Analyse aber kaum zur praktischen Anwendung eignet.

Aus Gln. (N38) entsteht mit $H(p) = 1$ die

- **Übertragungsfunktion der PLL 1. Ordnung:**

$$G_{(p)} = \frac{1}{k_O} \frac{1}{1 + \frac{p}{k_O \cdot k_\varphi \cdot A}} \quad (N39)$$

Die Übertragungsfunktion hat eine Tiefpass-Charakteristik mit der Grenzfrequenz:

$$\omega_\varphi = k_\varphi k_O A \quad (N39a)$$

ω_φ ist eine **wichtige Kenngröße der PLL!**

Wenn ω_i mit der Frequenz ω_m sinusförmig frequenzmoduliert ist, ändert sich das demodulierte Signal $u_d(t)$ sinusförmig mit ω_m . Oberhalb von ω_φ nimmt die Amplitude von $u_d(t)$ mit 6dB/Oktave ab

Die **Schleifenverstärkung** "k A" ist aus Gln. (N37) abzulesen:

$$V_{S(p)} = k_\varphi \cdot A \cdot k_O \cdot \frac{1}{p} = \frac{\omega_\varphi}{p} \quad (N40)$$

Abb. N31: Schleifenverst. der PLL 1. Ordng. Die Phase von V_s ist damit stets -90° , eine PLL 1. Ordnung ist stabil.

Beispiel: Signalverlauf einer PLL. 1. Ordnung bei Verwendung als Frequenzdemodulator:

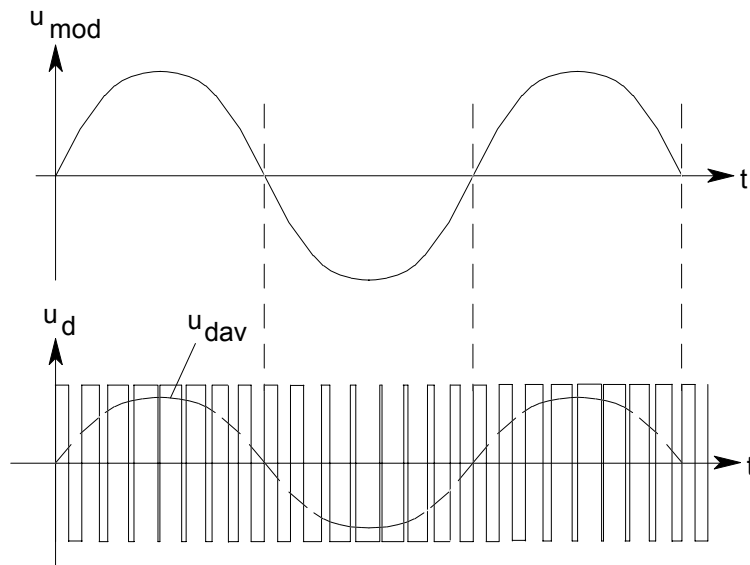


Abb.32 Ausgangssignal einer PLL 1. Ordnung

Das Eingangssignal U_i mit der Frequenz ω_i sei mit dem Signal U_{mod} sinusförmig frequenzmoduliert.

Die Spannung $u_d(t)$ hat die Form eines Rechtecksignals mit veränderlichem Tastverhältnis (Siehe auch Abb. N26). Erst durch Mittelwertbildung (z.B. in einem geeigneten Nachfilter) entsteht das Ausgangssignal u_{dav} .

Die PLL 1. Ordnung ist ohne Nachfilter (Mittelwertbildung) nicht als FM-Demodulator zu verwenden!

- **Haltebereich:**

Unter Haltebereich versteht man den Frequenzbereich von ω_i , dem eine eingerastete PLL folgt, ohne den Synchronismus zu verlieren.

Der Oszillator schwingt mit:

$$\omega_{\text{osc}} = \omega_L + \Delta\omega_{\text{osc}} \quad \text{mit} \quad K_O u_d = \Delta\omega_{\text{osc}}$$

Der Phasendetektor liefert für eine Phasendifferenz (zwischen ω_i und ω_{osc}) $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ (Dreiecks-Kennlinie)

$$u_\varphi = \pm K_\varphi \cdot \frac{\pi}{2}$$

Die Steuerspannung für den VCO wird damit:

$$u_d = u_\varphi A H(p) = \pm K_\varphi \frac{\pi}{2} A \quad (|H(p)| = 1 \text{ bei } f = 0, \text{ da PLL eingerastet})$$

Maximale Frequenzänderung, die der VCO mit dieser Steuerspannung erreichen kann:

$$\Delta\omega_{\text{max}} = K_O u_d = \pm K_O K_\varphi A \frac{\pi}{2} = \pm \omega_\varphi \frac{\pi}{2} = \pm \Delta\omega_H \quad . \text{ Daraus ergibt sich der Haltebereich:}$$

$$\Delta\omega_H = \pm \omega_\varphi \frac{\pi}{2} = \omega_\varphi \cdot \pi \quad (\text{für Dreiecks-Charakteristik des PD})$$

N(40)

Der Haltebereich ist von der Kennlinie des Phasendiskriminators abhängig.

Diskriminatorkennlinie		Sinus (linearisiert, $ \varphi \ll 1$)	Dreieck	Sägezahn
Linearitätsbereich	$\Delta\varphi_{\text{max}}$	$\pm \frac{\pi}{6}$ (im "lin. Bereich" des sin.)	$\pm \frac{\pi}{2}$	$\pm \pi$
	$u_{\varphi_{\text{max}}}$	$\pm \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) K_\varphi = \pm \frac{1}{2} K_\varphi$	$\pm \frac{\pi}{2} K_\varphi$	$\pm \pi K_\varphi$
Haltebereich	$\Delta\omega_H$	$\pm \omega_\varphi$	$\pm \frac{\pi}{2} \omega_\varphi$	$\pm \pi \omega_\varphi$

- **Fangbereich:**

Darunter ist der Frequenzbereich ω_i zu verstehen, innerhalb dessen eine nicht synchronisierte PLL einrasten kann. Er ist stets kleiner als der Haltebereich, nur im **Sonderfall der PLL 1. Ordnung** gilt:

$$\text{Fangbereich} = \text{Haltebereich}$$

- **Rauschbandbreite:**

Bezüglich einer Frequenzmodulation des Eingangssignals mit der Modulationsfrequenz ω_m hat die PLL eine Übertragungsfunktion (Modulationsfrequenzgang) $G_{(p)} = \left(\frac{u_d}{\omega_j}\right)$ mit Tiefpasscharakteristik (siehe Gln. N38).

Im geträgerten Bereich (HF-Bereich, um ω_L herum) wirkt die PLL auf Frequenz- und Phasenänderungen (auch Störungen) wie ein Bandpass mit einstellbarer Bandbreite und einer nachgeführten Mittenfrequenz ω_{osc} .
----> Nur Eingangsfrequenzen innerhalb des Haltebereichs liefern ein Ausgangssignal.

Die Reduktion der Bandbreite bewirkt eine Verringerung der Rauschleistung des **Phasenrauschens**. Ein Maß für die Störfreiheit ist die **Rauschbandbreite**.

Definition:

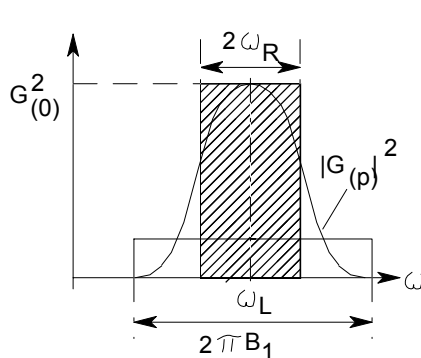


Abb. N33: Zur Def. der Rauschbandbreite

$$2 \omega_R = \frac{1}{|G_{(0)}|^2} \int |G_{(j\omega_m)}|^2 d\omega_m \quad (N41)$$

Aus der Gleichheit der Fläche unter $|G_{(p)}|^2$ und dem Rechteck ergibt sich:

$$\omega_R = \frac{\pi}{2} \omega_\phi \quad \text{bzw.} \quad f_R = \frac{\omega_\phi}{4} \quad (\text{für } |G_{(0)}|^2 = 1) \quad (N42)$$

Somit ergibt sich eine **Störabstandsverbesserung** für das Phasenrauschen bei gegebener Kanal-Bandbreite des Eingangssignals B_1 :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{PLL} = 10 \log \frac{B_1}{2f_R} \quad [\text{dB}] \quad (N43)$$

Nachteile der PLL 1. Ordnung:

- Ohne Schleifenfilter werden die Frequenzanteile ω_{osc} und $\omega_i + \omega_{osc}$ sowie Harmonische unzureichend gedämpft. ----> Intermodulationsprodukte möglich, Träger stört im Ausgangssignal.
- Alle relevanten Kenngrößen sind von ω_ϕ abhängig und können damit nicht mehr unabhängig voneinander eingestellt werden.
- **Abhilfe:** PLL 2. Ordnung.

N.4.2.2 PLL 2. Ordnung

Durch Einfügen eines Schleifenfilters 1. Ordnung entsteht eine PLL 2. Ordnung. Es steht damit ein zusätzlicher Freiheitsgrad für die Dimensionierung zur Verfügung.

.1 **Einfaches Schleifenfilter** = T.P. 1. Grades

$$H_{(p)} = \frac{1}{1 + pT_p}; \quad \text{mit } \omega_p = \frac{1}{T_p} = \text{Grenzfrequenz des Tiefpasses}$$

Damit ergibt sich eine Übertragungsfunktion der PLL:

$$G_{(p)} = \left(\frac{u_d}{\omega_j}\right)_{(p)} = \frac{1}{K_o} \frac{1}{1 + \frac{p(1+pT_p)}{K_\phi K_o A}} = \frac{1}{K_o} \frac{1}{1 + \frac{p + p^2 T_p}{\omega_\phi}} = \frac{1}{K_o} \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_\phi} + \frac{p^2}{\omega_\phi \cdot \omega_p}} \quad (N44)$$

Dies ist die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses 2. Ordnung!

Durch Koeffizientenvergleich mit der Normalform eines TP 2. Ordnung

$$F_{(p)}^{TP} = \frac{1}{1 + \frac{2D}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{erhält man:} \quad (N45)$$

Kennfrequenz: $\omega_0 = \sqrt{\omega_\phi \omega_p}$ (N46a)

Dämpfungskonstante: $D = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega_\phi} \right)^{\frac{1}{2}}$ (N46b)

Polgüte: $Q = \frac{1}{2D} = \left(\frac{\omega_\phi}{\omega_p} \right)^{\frac{1}{2}}$ (N46c)

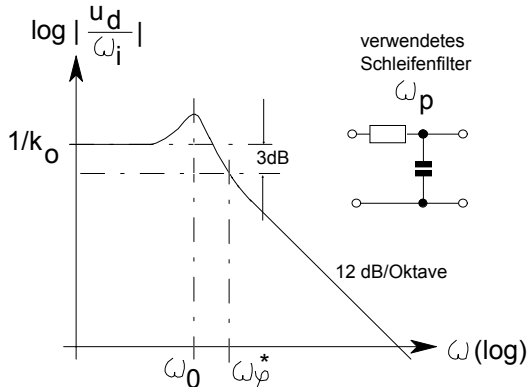


Abb. N34: PLL mit TP 1. Ordnung als Schleifenfilter

Bei ungenügender Dämpfung kann das System 2. Ordnung überschwingen (Abb.N34)----> ungünstig für dyn. Stabilität!

Ein maximal flacher Verlauf im Durchlaßbereich ist ein häufig gewählter Kompromiß zwischen schnellem Nachlaufverhalten und dynamischer Stabilität.

- Maximal flach = Butterworth-Charakteristik mit $a = \sqrt{2}$, $b = 1$ (siehe Kap.AF 2.6)

Nach Gln. (AF6) wird:

$$Q_i = \frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{\omega_\phi}{\omega_p}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{---->} \quad \frac{\omega_\phi}{\omega_p} = \frac{1}{2} \quad (N47)$$

Die Grenzfrequenz des Schleifenfilters muß damit sein:

$$\omega_p = 2 \omega_\phi = 2 K_\phi K_o A \quad (N48)$$

Die Grenzfrequenz (3-dB-Grenze) der maximal flachen PLL 2. Ordnung wird :

$$\omega_\phi^* = \omega_o = \sqrt{\omega_\phi \omega_p} = \sqrt{2} \omega_\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_p \quad (N49)$$

- Um unerwünschte Seitenbänder und das Rechtecksignal $u_d(t)$ aus dem PD zu unterdrücken, sollte ω_ϕ^* und damit auch ω_p möglichst tief liegen. Eine **niedrige Grenzfrequenz** des Schleifenfilter erhöht jedoch die Polgüte des Regelkreises, was wiederum eine **verminderte dyn. Stabilität** zur Folge hat.
- **Verbesserung** der Stabilität durch Hinzufügen einer Nullstelle in der Übertragungsfunktion des Tiefpasses. ----> **Pol-Nullstellenglied.**

.2 Erweitertes Schleifenfilter

Das Verzögerungs-Vorhaltglied von Abb. N35 hat die Übertragungsfunktion:

$$H_{(p)} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1 + pT_n}{1 + pT_p} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{\omega_n} = T_n = C R_2, \quad \frac{1}{\omega_p} = T_p = C (R_1 + R_2) \quad \text{und} \quad \frac{\omega_p}{\omega_n} = a < 1$$

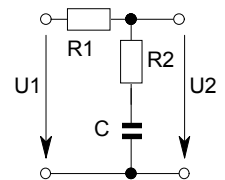


Abb N35: Pol-Nullstellenglied (N50)

Der **Modulationsfrequenzgang** der PLL wird:

$$G_{(p)} = \left(\frac{u_d}{\omega_i} \right)_{(p)} = \frac{1}{K_o} \frac{1 + \frac{p}{\omega_n}}{1 + \frac{p}{\omega_\phi} + \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_\phi \cdot \omega_p}} \approx \frac{1}{K_o} \frac{1 + \frac{p}{\omega_n}}{1 + \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_\phi \cdot \omega_p}}$$

Zur Stabilitätsuntersuchung wird die Schleifenverstärkung der PLL berechnet:

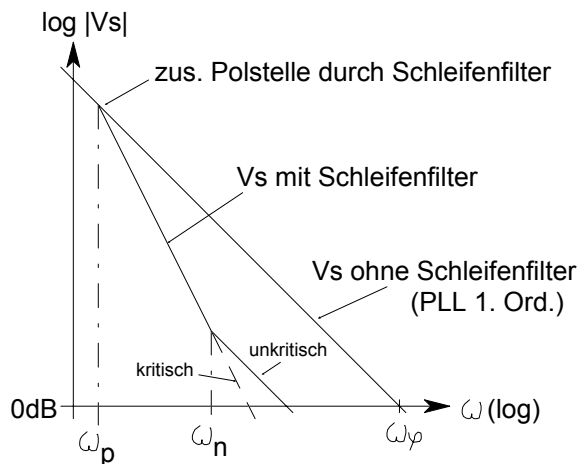


Abb. N36: Schleifenverstärkung mit Pol-Nullstellen-TP

Aus Abb. N29 ist abzulesen:

$$V_{s(p)} = \frac{1}{p} K_{\phi} H(p) A K_o = \frac{1}{p} \omega_{\phi} H(p) \quad (\text{N51})$$

Ohne zusätzliche **Nullstelle** hat der Verlauf von V_s ab ω_p die Neigung 12 dB/Okt. und damit eine gegen 180° strebende Phasendrehung.

Mit Nullstelle dreht die Phase ab ω_n wieder auf einen unkritischen Wert zurück. ($|V_s|$ mit 6 dB/Okt.)

Die Lage von ω_{ϕ} , ω_p und ω_n ist für die Eigenschaften der PLL verantwortlich.

Je nach Optimierungsgesichtspunkt ergeben sich unterschiedliche Schleifenfilter. z.B.:

- Optimierungsgesichtspunkt Rauschreduzierung bei ausreichender Stabilität: siehe Optimierungstheorie nach Wiener z.B. in (J.J. Stiffler, Theory of synchronous Communications, Prentice Hall, 1971).
- Optimierungsgesichtspunkt nur Phasenreserve: Für $\varphi_r = 45^\circ$ Phasenrand legt man die Nullstelle des Schleifenfilters auf die Achse $|V_s| = 1$.

Kenngrößen der PLL 2. Ordnung mit Pol-Nullstellen-Tiefpaß

- **Haltebereich** (für dreieckige Kennlinie d. Phasendetektors): $\Delta\omega_H = \omega_{\phi} \cdot \pi$, wird nicht vom Schleifenfilter beeinflusst.
- **Rauschbandbreite**: $\omega_R = \omega_{\phi} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{1 + a \frac{\omega_{\phi}}{\omega_n}}{1 + \frac{\omega_{\phi}}{\omega_n}}$ (N52)
- **Fangbereich** $\Delta\omega_F$: Exakte Berechnung problematisch ----> anschauliche Näherung.

Näherungsweise Ermittlung des Fangbereichs:

Bei nicht eingerasteter PLL ist die Ausgangsspannung des Phasendiskriminators ein periodisches Sinussignal mit der Frequenz $(\omega_i \pm \omega_L)$ und der Amplitude $K_{\phi} \cdot \frac{\pi}{2}$. (Für Dreiecks-Kennlinie des PD)

Nach dem Schleifenfilter bleibt als Steuerspannung für den VCO:

$$u_{d(t)} = K_{\phi} \frac{\pi}{2} A \cdot \left| F_{j(\omega_i - \omega_L)} \right| \cdot \cos(\omega_i - \omega_L) t \quad (\text{N53})$$

Die Frequenz $(\omega_i + \omega_L)$ sei schon erheblich gedämpft, sie wird vernachlässigt.

Damit "überstreicht" der VCO den Frequenzbereich

$$\omega_L \pm \Delta\omega_f = \omega_L \pm K_{\phi} K_o A \frac{\pi}{2} \left| F_{j(\omega_i - \omega_L)} \right| \quad (\text{N54})$$

Liegt ω_i innerhalb dieses "Sweep-Bereichs", kann ω_i gefangen werden und die PLL einrasten.

$$\text{Fangbereich} = \Delta\omega_F \leq 2\Delta\omega_f = K_{\phi} K_o A \pi \left| F_{j(\omega_i - \omega_L)} \right| = \omega_{\phi} \pi \left| F_{j(\omega_i - \omega_L)} \right| \quad (\text{N55})$$

Es gilt allgemein:

- PLL 1. Ordnung (kein Schleifenfilter): **Fangbereich = Haltebereich**
- PLL 2. Ordnung (mit SF 1. Ordnung): **Fangbereich < Haltebereich**
abhängig von der Dämpfung des Filters bei der Frequenz ($\omega_i - \omega_L$).

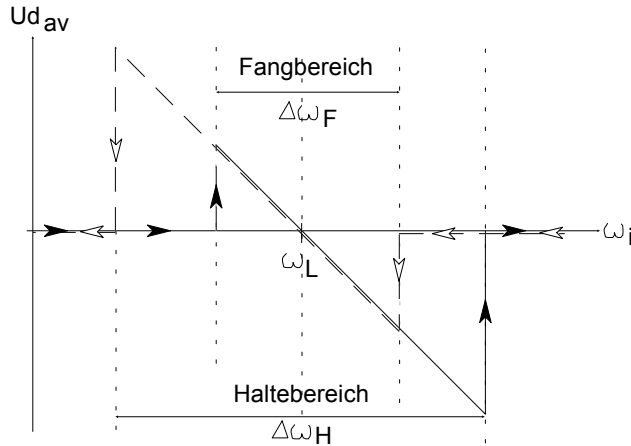


Abb. N37: Fang- und Haltebereich einer PLL

Die Lage von Fang- und Haltebereich sind Abb. N37 zu entnehmen.

Nähert sich die Frequenz der Eingangsspannung z.B. von tiefen Frequenzen kommend der Leerlaufschwelle ω_L des VCO, rastet die PLL erst ein, wenn der Fangbereich erreicht ist und verliert den Synchronismus erst wieder, wenn ω_i außerhalb des Haltebereichs gerät.

Vergleich der Kennwerte für PLL 1. Ordnung und PLL 2. Ordnung mit unterschiedlichem Schleifenfilter

	kein Schleifenfilter	einfaches RC-Glied	Pol-Nullstellen-Filter
Übertragungsfkt. des S.F.	1	$\frac{1}{1+pT_p} = \frac{1}{1+\frac{p}{\omega_p}}$	$\frac{1+pT_n}{1+p\frac{T_n}{a}}$ mit: $a = \frac{\omega_p}{\omega_n} < 1$
Eigenfrequenz der Schleife ω_o	-----	$\sqrt{\omega_\varphi \omega_p}$	$\sqrt{a \omega_\varphi \omega_n}$
Dämpfung D	-----	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_p}{\omega_\varphi}}$	$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\omega_n}{\omega_\varphi}\right) \sqrt{a \frac{\omega_n}{\omega_\varphi}}$
Rauschbandbreite ω_R	$\frac{\pi}{2} \omega_\varphi$	$\frac{\pi}{2} \omega_\varphi$	$\frac{\pi}{2} \omega_\varphi \frac{1+a \frac{\omega_\varphi}{\omega_n}}{1+\frac{\omega_\varphi}{\omega_n}}$
Fangverhältnis $\frac{\Delta\omega_F}{\Delta\omega_H}$	1	$\frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\omega_\varphi}{\omega_p}} < 1$	$\sqrt{2a - a^2} \quad a \ll 1$

(N56ff)

Die Formeln für das Fangverhältnis sind nur dann gültig, wenn die Polstelle des Schleifenfilters deutlich tiefer als der Haltebereich liegt. (Betrieb des Filters im 20dB/Dek. -Abfall).

Verhalten bei rechteckigem Oszillatorsignal.

Viele VCO (außer bei reinen HF-Schaltungen) liefern ein Rechtecksignal.
Fourier-Reihe eines symmetrischen Rechtecks:

$$u_{osc}(t) = \hat{u}_{osc} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \sin[(2n+1)\omega_{osc} t] \quad (N57)$$

Sinusförmiges Eingangssignal (nicht übersteuernd):

$$u_i(t) = \hat{u}_i \sin(\omega_i t + \Phi_i) \quad (N58)$$

Die Nullphase wird wegen einer einfacheren Schreibweise dem Oszillatorsignal zugeordnet.

Der Phasendetektor liefert als Ausgangssignal wieder das Produkt dieser beiden Signale: (N59)

$$u_p(t) = \frac{v_m \hat{u}_{osc} \hat{u}_i}{\pi} \left\{ \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cos[(2n+1)\omega_{osc}t - \omega_i t - \Phi_i] - \sum_0^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cos[(2n+1)\omega_{osc}t + \omega_i t + \Phi_i] \right\}$$

Für die niedrigste Ordnungszahl ($n=0$) und einem TP, der die Summenfrequenzen von $\omega_{osc} + \omega_i$ wegfiltert, entsteht:

$$u_d(t) = K_p \hat{u}_{osc} \hat{u}_i \cdot |H_{TJ}(\omega_{osc} - \omega_i)| \cdot \cos[(\omega_{osc} - \omega_i)t - \Phi_i] \quad (N60)$$

- Das Verhalten ist ähnlich wie bei sinusförmigem Oszillatorsignal.
- Allerdings rastet die PLL auch bei ungeradzahligem Harmonischen von ω_{osc} ein, wenn $\omega_i = (2n+1)\omega_{osc}$. Dabei werden Fang- und Haltebereich kleiner.

Wenn mehrere Eingangsfrequenzen anliegen und Differenzfrequenzen dieser Eingangssignale in den Durchlaßbereich des TP fallen, können störende Interferenzen auftreten.

N.4.3 Der spannungsgesteuerte Oszillator (VCO)

Die übrigen Komponenten eines Phasenregelkreises wie Phasendetektor und Tiefpaßfilter sind schon bekannt. Deshalb wird hier nur mehr auf den VCO eingegangen.

Verbreitet sind 2 Schaltungsprinzipien: Spannungsgesteuerter Multivibrator und LC-Oszillator mit Varaktordiode.

1. Der spannungsgesteuerte MV.

Prinzip: Eine möglichst linear durch eine Spannung steuerbare Stromquelle liefert den Ladestrom für einen Kondensator. Damit ist die Ladezeit steuerbar.

Erläuterung des Prinzips am Beispiel des vereinfachten Schaltbilds eines VCO im PLL-IC LM565 (Abb. N38):

- T_1 und T_2 bilden eine Widlarstromquelle, deren Strom mit der Spannung am Eingang "Steuerung" eingestellt werden kann. Mit diesem Strom wird über die Diode D_1 der Kondensator C geladen. Seine Spannung steigt linear mit der Zeit an. Die Ladegeschwindigkeit ist steuerbar.
- Der aus T_6 und T_7 gebildete Schmitt-Trigger (vgl. Kap. K.4) ist "aus", der Kollektor von T_7 und damit der Emitter von T_8 liegen "low".
- T_9 und T_{10} arbeiten als übersteuerter Differenzverstärker, T_{10} sperrt. Der Spannungsteiler an der Basis von T_{10} ermöglicht eine Potentialanpassung an das vom Schmitt-Trigger gelieferte Signal.
- T_{11} sperrt ebenfalls solange, bis die Kondensatorspannung die obere Schaltschwelle des Triggers überschreitet.

Dann

- leitet T_{11} und übernimmt über D_2 und die Basis-Emitterstrecke von T_3 den Strom der Stromquelle.
- Der **Aufladevorgang** wird gestoppt, Wegen des Stromspiegels aus T_3 und T_4 wird der Kondensator jetzt mit dem gleichen Strom **entladen**.
- Nach Unterschreiten der unteren Schaltschwelle des Triggers beginnt der Zyklus von neuem.
- Am Kondensator C entsteht eine symmetrische Dreiecksspannung, am Ausgang A ein Rechtecksignal.

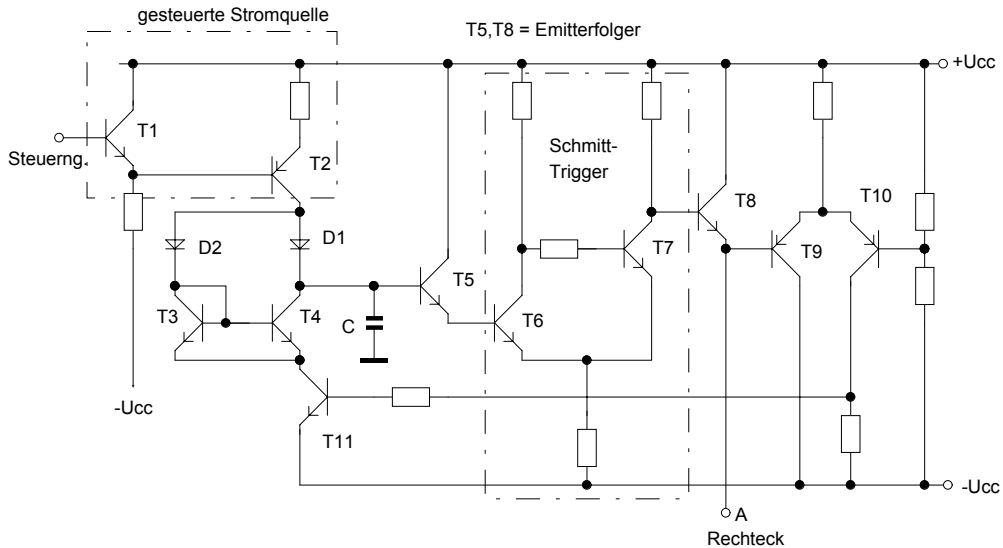


Abb. N38: Spannungsgesteuerter Multivibrator

2. Der VCO mit Varaktordiode.

Prinzip: Ein frei schwingender Oszillator wird durch eine Kapazitätsvariations-Diode (Varaktor) verstimmt. Die Kapazität der Varaktordiode ist spannungsabhängig. Als typisches Beispiel in integrierter Schaltungstechnik sei der Oszillatorbaustein MC1648 aufgeführt. Er ist in ECL-Technik aufgebaut und arbeitet bis 225 MHz.

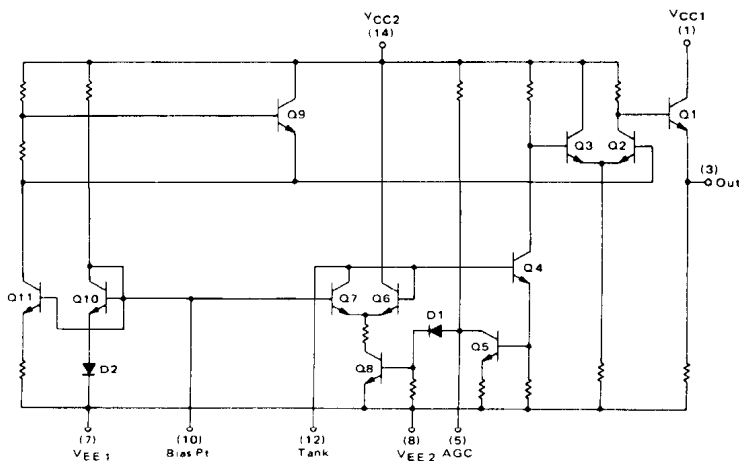


Abb. N39: Der ECL-Oszillator MC1648

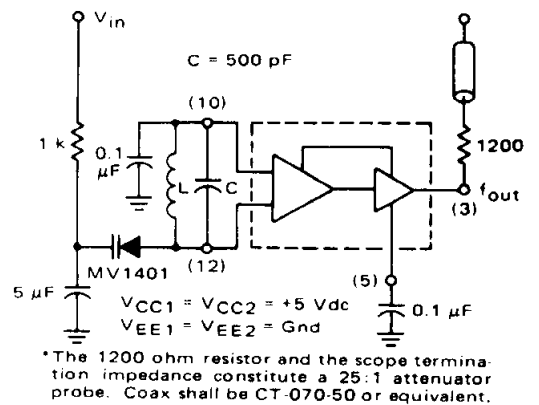


Abb. N40: Der MC1648 mit Varaktordiode

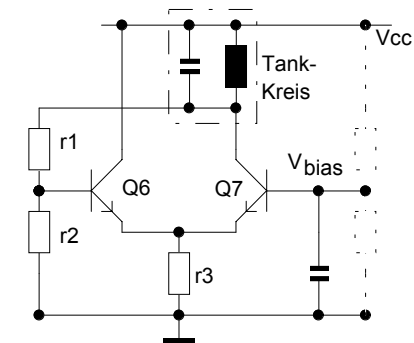


Abb. N41: Zur Funktion des MC1648

Dem MC1648 liegt das Oszillatorprinzip mit Tankkreis zugrunde. (Abb. N41) Die Rückkopplung kann bequem über r_1, r_2, r_3 eingestellt werden. Im Sonderfall der obigen Schaltung entfällt der Teiler r_1, r_2 ; die Biasvorspannung wird durch die Elemente D_2 und Q_{10} erzeugt.

Die Verstimmung des Oszillators erfolgt durch die spannungsteuerbare Varaktordiode MV1401 (Abb. N40).

N.4.4 Das PLL-IC LM565

Das IC 565 ist ein typisches Beispiel für die Schaltungstechnik in analogen Schaltkreisen.

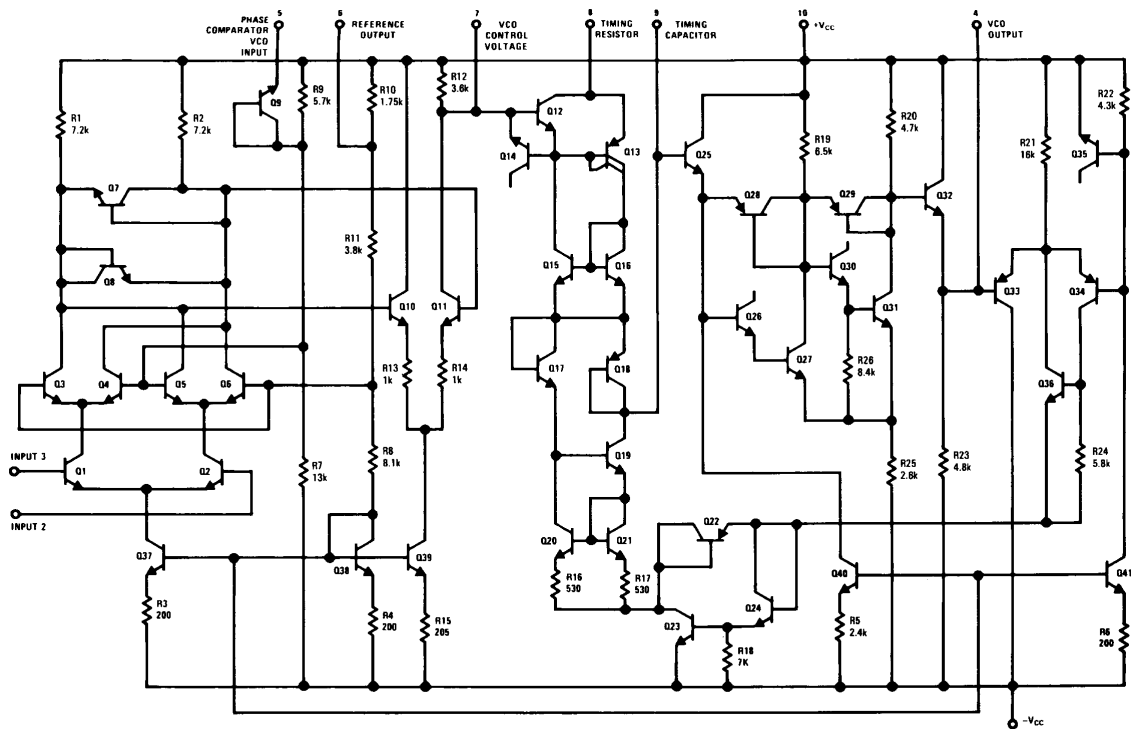


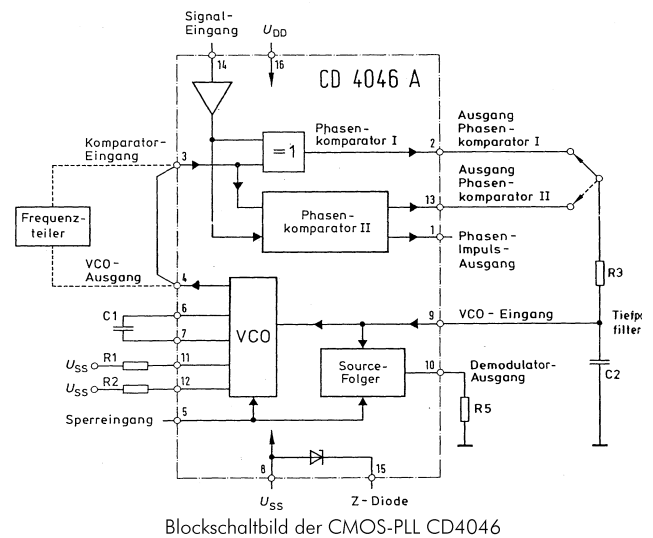
Abb. N42: Innenschaltung des LM565

Das PLL-IC LM565 enthält einen "balanced multiplier" als Phasendetektor, einen Verstärker und einen VCO nach dem Multivibratorprinzip. Die Schleife zwischen VCO-Ausgang und Phasendetektor-Eingang ist durch Herausführen der Pins unterbrochen und kann durch Einfügen eines Frequenzteilers modifiziert werden.

Anwendungen:

- Synchronisation bei serieller Datenübertragung (Datenleitungen, Bandaufzeichnungsgeräte)
- Signal-Regenerierung aus verrauschten Signalen
- Phasenrichtige Demodulation (Kohärente Demodulatoren)
- Frequenzsynthese, Frequenzvervielfachung und -teilung
- Ton-Decoder
- Telemetrie-Empfänger
- Modems
- FSK-Demodulation
- Häufig werden auch nur Teile des IC genutzt. (Phasendetektor, VCO)

Die CMOS-Version einer PLL ist als Blockschaltbild nebenstehend abgebildet.



Blockschaltbild der CMOS-PLL CD4046

N.4.5 Phasendiskriminatoren für digitale PLL

N.4.5.1 XOR-Gatter

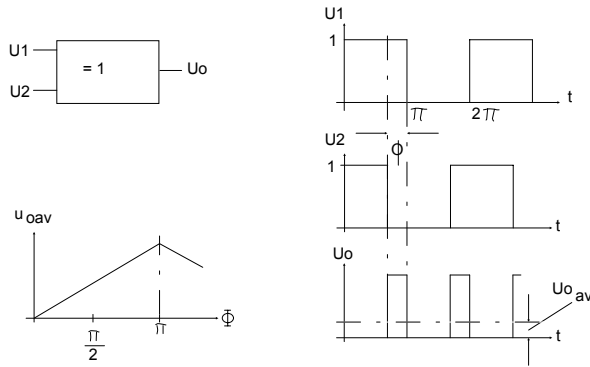


Abb. N43: XOR als Phasendiskriminator

Die Funktion ist der eines Phasendiskriminators mit Gilbertzelle sehr ähnlich. Die Eingangssignale müssen als Rechtecksignal vorliegen und entsprechende Logikpegel aufweisen. Vorteil ist der geringe Aufwand. Diskriminatorkennlinie = "Dreieck"

N.4.5.2 FLIP-FLOP (hier flankengetriggertes RS-Latch)

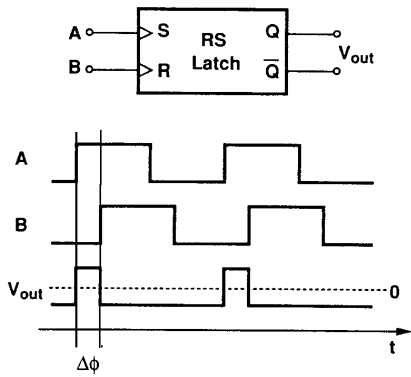
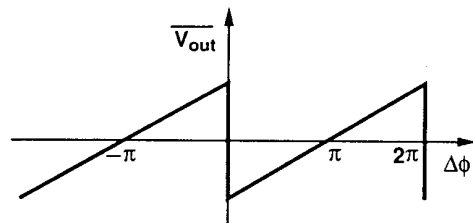


Abb. N44: FF als Phasendiskriminator



Der Arbeitsbereich reicht bis 2π und ist damit doppelt so groß wie beim XOR. (Linearitätsbereich = Sägezahn, vgl. Tabelle S. N16 über Zusammenhang von Haltebereich und Diskriminatorkennlinie).

N.4.5.3 Frequenz-Phasen-Diskriminator mit D-Flip-Flops

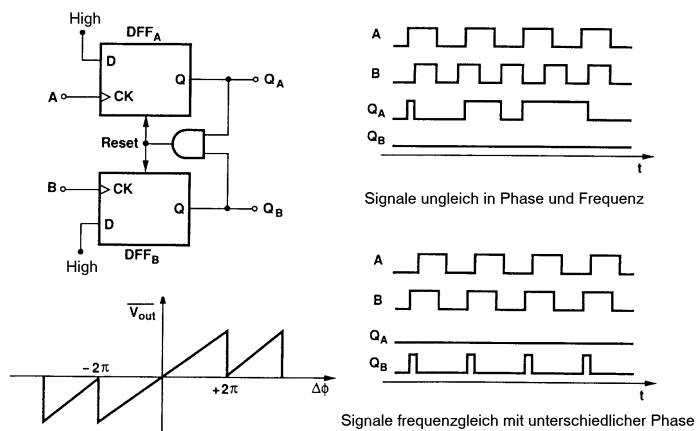


Abb. N45: PFD mit D-FF realisiert

Diese Schaltung liefert auch bei ungleicher Frequenz der Eingangssignale ein Ausgangssignal mit einem Gleichspannungsmittelwert, der die PLL zum Einrasten bringt. Im eingerasteten Zustand reicht der Arbeitsbereich bis 4π , was den Haltebereich der PLL deutlich vergrößert.

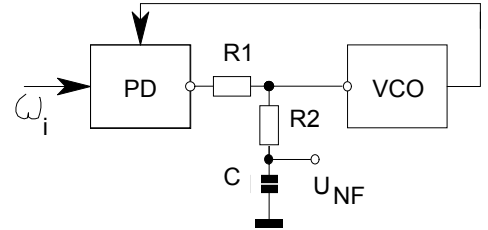
N.4.6 Typische Anwendungen von PLL

Der Einsatzbereich von PLL erstreckt sich typisch von 0.01 Hz bis einige 100 MHz.

N.4.6.1 Frequenzdemodulator.

Schwingt der Oszillator mit seiner Leerlaufrezquenz ungefähr auf der Trägerfrequenz des FM-Signals und ist die PLL eingerastet, folgt die VCO-Frequenz dem Eingangssignal. Der in Gln. (N44) bzw. Gln (N50) angegebene Modulationsfrequenzgang $G(p)$ stellt den Zusammenhang zwischen dem frequenzmodulierten Eingangssignal und der Ausgangsspannung her.

Eine Optimierung bezüglich Frequenzgang und Stabilität stellt die Schaltung in Abb. N46 dar.



$$G(p) = \left(\frac{U_{NF}}{\omega_i} \right)_{(p)} \approx \frac{1}{K_o} \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_\phi \cdot \omega_p}} \quad (N56)$$

Abb. N46: Optimaler FM-Demodulator

Nachteil: Bei fehlendem Eingangssignal entsteht rel. hohes Rauschen, da der VCO versucht auf Rauschteile im Eingangssignal einzurasten.

N.4.6.2 Frequenzsynthese mit Quarzgenauigkeit:

Hat das Eingangssignal U_i eine quarzstabile Frequenz f_{ref} , ist auch die Frequenz des VCO quarzstabil. Durch Zuschalten eines digital programmierbaren Frequenzteilers zwischen VCO und Phasendetektor (N:1) wird die Ausgangsfrequenz des VCO um den Faktor N erhöht. Als programmierbarer Teiler wird ein sog. "divide by N-counter" verwendet.

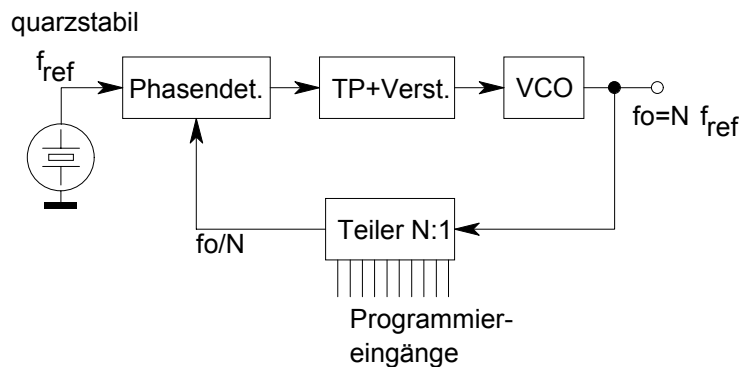
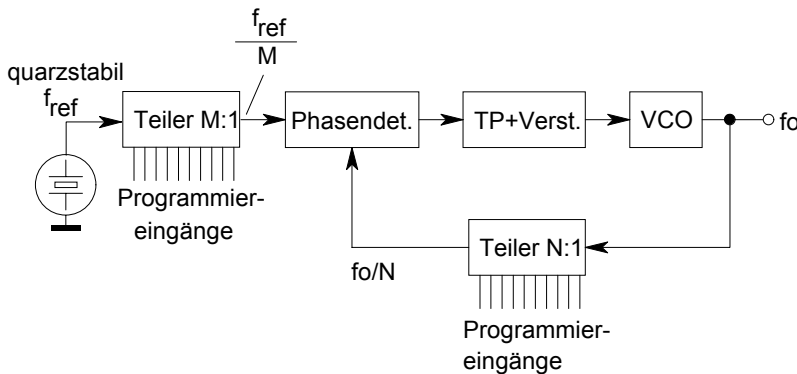


Abb. N47: Frequenzsynthese mit PLL

Eine **feinere Frequenzabstufung** erhält man durch Einsetzen eines Vorteilers bei der Referenzfrequenz.



Da die Vergleichsfrequenzen an den Eingängen des Phasendetektors bei eingerasteter PLL gleich sind, muß gelten: $\frac{f_o}{N} = \frac{f_{ref}}{M}$ und damit für die Ausgangsfrequenz:

$$f_o = f_{ref} \frac{N}{M} \quad (N61)$$

Abb. N48: Frequenzsynthese mit verfeinerter Abstufung

- Bei höheren Frequenzen (z. B. 100 MHz) wird der Betrieb von PLL und digitalen Teilern problematisch, so daß durch Frequenzmischung mit einer ebenfalls quazstabilen Hilfsfrequenz der Arbeitsbereich von PLL und Teiler in einen tieferen Frequenzbereich verlagert werden muß.

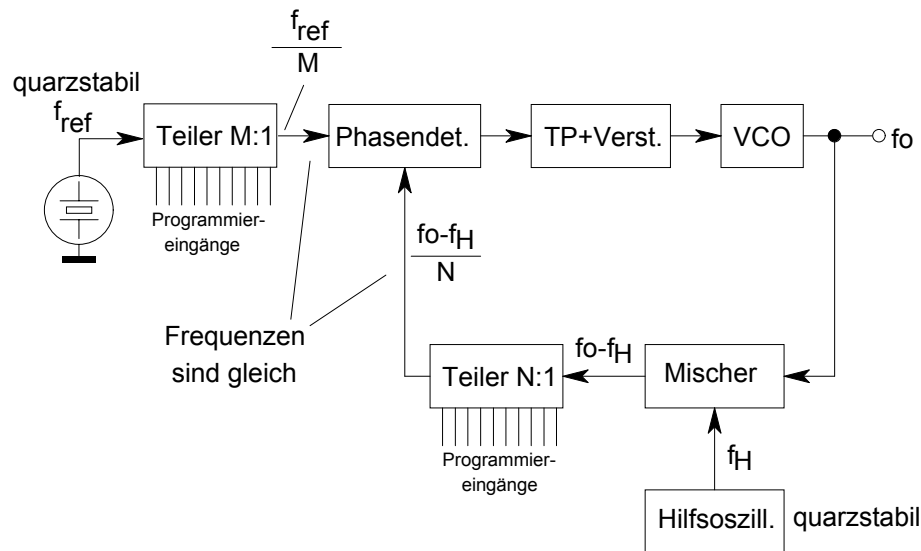


Abb. N49: Digital abstimmbare PLL mit Hilfsoszillator

An den Eingängen des Phasendetektors gilt: $\frac{f_{ref}}{M} = \frac{f_o - f_H}{N}$ und es entsteht:

$$f_o = \frac{f_{ref} N + f_H M}{M} = f_{ref} \frac{N}{M} + f_H \quad (N62)$$

Zahlenbeispiel:

Der FM-Rundfunkbereich von 88 MHz bis 108 MHz ist in 200 Kanäle zu je 100 kHz aufgeteilt. Bei einer Zwischenfrequenz im Empfänger von 10,7 MHz muß die Mischstufe des Tuners mit einer Oszillatorfrequenz von 98,7 - 118,7 MHz in 100 kHz-Schritten versorgt werden.

Es stehen ein 1 MHz-Referenzoszillator und ein lokaler Hilfsoszillator von 98 MHz zur Verfügung. Man ermittle das minimale und maximale Teilverhältnis N_{min} und N_{max} , das von dem "divide by N"-Teiler einstellbar sein muß.

Für 100 kHz Kanalbreite muß sein: $M = \frac{f_{ref}}{f_{kanal}} = \frac{1MHz}{0.1MHz} = 10$

Aus (N53): $N_{max} = \frac{M (f_{o_{max}} - f_H)}{f_{ref}} = \frac{10(118,7 - 98)MHz}{1MHz} = 207$

$N_{min} = \frac{M (f_{o_{min}} - f_H)}{f_{ref}} = \frac{10(98,7 - 98)MHz}{1MHz} = 7$

N.4.6.3 FSK-Demodulator

FSK = Frequency shift keying

FSK kommt häufig in Datenübertragungsstrecken zur Anwendung. Dabei wird eine Trägerfrequenz zwischen 2 festen Frequenzen umgeschaltet, wobei jeder Frequenz ein digitaler Zustand zugeordnet ist.

z.B. 2025 Hz = Zeichen= logisch 1; 2225 Hz = Pause= logisch 0. Der Frequenzabstand zwischen den Festfrequenzen bezeichnet man als Frequency-shift, er beträgt hier 200 Hz.

Die Leerlauffrequenz des VCO wird ca. in die Mitte zwischen die beiden Frequenzen gelegt, welche innerhalb des Fangbereichs liegen müssen. Bei Eintreffen eines FSK-Signals rastet die PLL darauf ein, und das Fehlersignal am Ausgang des TP steigt oder sinkt je nach Frequenz des FSK-Signals.

In Abb. N35 ist die prinzipielle Anwendung des PLL-IC 565 als FSK-Demodulator gezeigt.

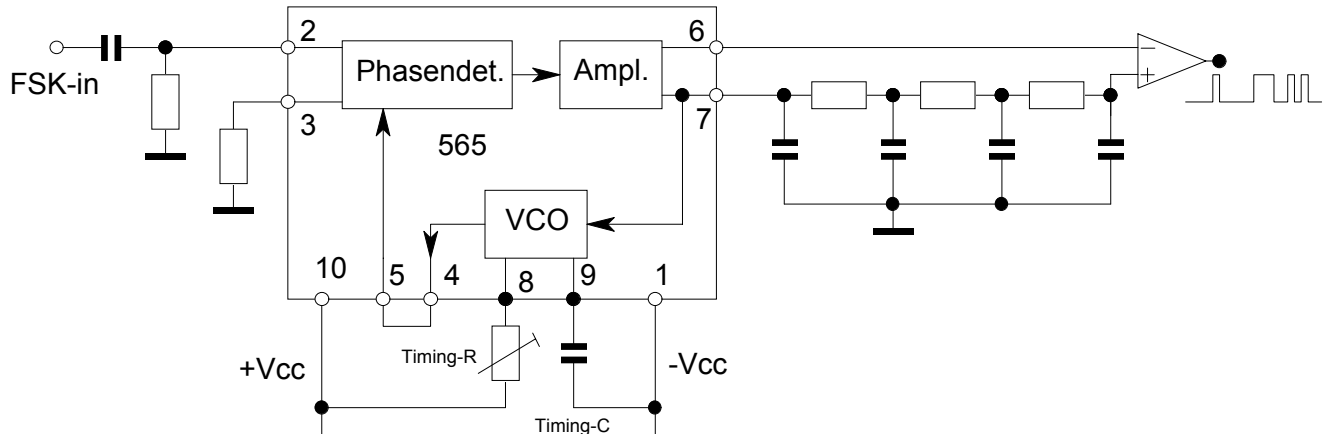


Abb. N50: FSK-Demodulator

N.4.6.4 Ton-Dekoder

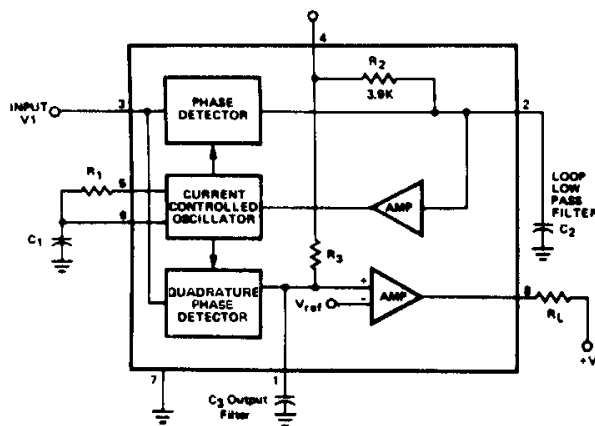


Abb. N51: Tonedecoder-Baustein LM567

Bei der Anwendung als Ton-Dekoder wird das Auftreten einer bestimmten Frequenz in einem mehr oder weniger komplexen Spektrum festgestellt.

Wenn ein Signal mit einer Frequenz innerhalb des Fangbereichs der PLL auftritt, rastet die PLL ein. Dieses Einrasten wird erkannt und steht als Information zur Verfügung. Die PLL wirkt hier als hochselektives Filter mit definierter Bandbreite.

Funktion:

- Der "normale" Phasendetektor sorgt für das Einrasten der PLL. Seine Ausgangsspannung ist im eingerasteten Zustand Null, aber auch im freilaufenden Zustand ist der Mittelwert der sinusähnlichen Ausgangsspannung Null. (schlecht auswertbar)
- Parallel dazu liegt ein Quadratur-PD, der bei eingerasteter PLL ein Gleichspannungssignal **ungleich Null** abgibt (auswertbar), ansonsten ist der Mittelwert seiner sinusähnlichen Ausgangsspannung Null.

Ein Quadratur-Phasendetektor hat eine um 90° im Vergleich zum normalen Phasendetektor verschobene Übertragungscharakteristik zwischen Phase und Ausgangsspannung.

Ton-Dekoder werden verwendet in Tonrufanlagen, Tonwählverfahren, Infrarotfernsteuerungen, Stereodekoder, Verkehrsfunkcodierer usw.

N.4.6.5 Bit-Takt-Regenerierung mit PLL

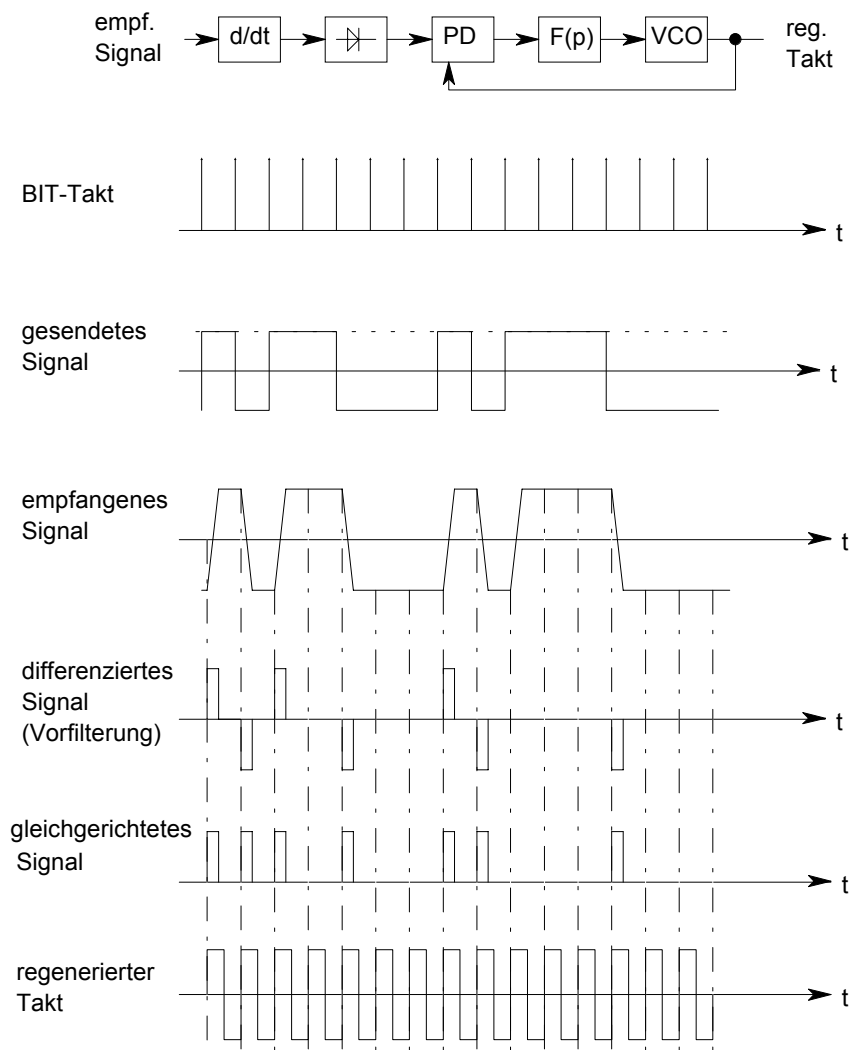


Abb. N52: Bit-Takt-Rückgewinnung mit PLL

Das **gesendete Signal** wird im allgemeinen auf dem Übertragungsweg verformt und kommt als **empfangenes Signal** mit Flanken- und Phasenveränderung am Empfangsort an.

Die **Differentiation** entspricht einer Vorfilterung am Empfangsort.

Das **gleichgerichtete Signal** wird einer PLL zugeführt, die als **schmalbandiges Nachfilter** wirkt und auf den Grundwellenanteil des gleichgerichteten Signals abgestimmt ist. Die Leerlauf Frequenz des VCO soll auf der zu erwartenden BIT-Taktfrequenz des Senders liegen.